

Ano 8

Número 73

Decembro 2013

Mathesis

Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

<http://www.edu.xunta.es/centros/iesoteroypedrayocoruna/>

LOTERÍA DE NADAL

Se falamos polo que vemos ou escoitamos nas rúas e nos medios de comunicación, parece que cada ano o Nadal comeza antes. Pero existe un feito que indica, sen ningún xénero de dúbidas, que as festas de Nadal comezan de maneira oficial: O **sorteo da lotería** que se leva a cabo cada 22 de decembro e que na actualidade está organizado pola *Sociedade Estatal de Loterías y Apuestas del Estado* (SELAE).



Realmente cada 22 de decembro é a data na que culmina un longo proceso que deu comezo meses atrás, pois dende o verán millóns de españois e xente doutras nacionalidades procuran levar no seu peto algún boleto que, como di o lema de loterías, lle permita cumprir os seus soños. O primeiro sorteo que se efectuou baixo a denominación de *Sorteo de Navidad* tivo lugar o 18 de decembro de 1812.

Cada sorteo desenvólvese seguindo un protocolo moi estrito. O *Sorteo Extraordinario de Navidad* realízase seguindo o *sistema tradicional*; é dicir, empregando dous *globos* ou *bombos* (en vez de utilizar o *sistema moderno* de *bombos múltiples*) e ten a peculiaridade de que se fai *cantando* os números que resultan premiados e os premios que lle corresponden a eses números, esta tarefa recae nos nenos do *Colexio de San Idelfonso*.

Nun dos *globos* introdúcense **cen mil** bólas numeradas do 0 ao 99 999. As bólas son todas idénticas: de madeira de buxo, pesan 3 gr, están perforadas diametralmente e teñen un diámetro de 18,8 mm. Os números que conteñen foron gravados con láser. O outro *bombo*, máis pequeno, alberga as 1807 bólas marcadas co valor dos *premios directos* que lle corresponden a cada *serie*.

Os nenos extraen simultaneamente unha *bóla* de cada un dos *bombos* e colócanas en cadanseu *arame* que están suxeitos en *táboas*. Cada *táboa* contén **dez** arames nos que caben **vinte** bólas, polo tanto en cada *táboa* quedan depositadas **duascentas** bólas. Cando unha *táboa* esta completa, os rapaces que a *cantaron* son substituídos por outros; o sorteo remata cando se efectúa a extracción da última *bóla* aloxada no *bombo* dos premios.

Cada *bóla* depositada no *bombo* dos números correspóndese cun *billete*, polo tanto imprímense **cen mil billetes** numerados do 0 ao 99 999; estes cen mil *billetes* forman **unha serie**. Cada un dos *billetes* véndese por 200 €, polo tanto unha *serie* completa custa 20 000 000 de euros, destinándose a premios o 70%.

Como no *bombo* dos premios hai 1807 bólas, ao final do sorteo haberá 1807 *billetes* que obtiveron *premio directo*, que será algún dos que aparecen na imaxe da dereita.

Se unha persoa quere participar no sorteo de lotería de Nadal, non ten que comprar obrigatoriamente un *billete* e gastar 200 €. Cada *billete* *fracciona*se en *dez partes*, chamadas **décimos**, e estes son os boletos máis pequenos que se poden mercar nunha *administración de loterías*; o seu prezo é, evidentemente, de 20 €. Unha *serie* completa queda fraccionada, pois, nun *millón de décimos*.

Como 1 000 000 de *décimos* non son suficientes para toda a xente que quere xogar, imprímese máis dunha *serie* de números. Para o sorteo deste ano imprimíronse 160 *series*.

En definitiva, para o sorteo extraordinario de Nadal de 2013 puxéronse en circulación 160 000 000 de *décimos* por un prezo total de 3 200 000 000 € dos que serán destinados a premios 2 240 000 000 €.

Premios directos para cada unha das series

- 1 primeiro premio de 4 000 000 €
- 1 segundo premio de 1 250 000 €
- 1 terceiro premio de 500 000 €
- 2 cuartos premios de 200 000 €
- 8 quintos premios de 60 000 €
- 1794 premios de 1000 €

Departamento de Matemáticas do IES Ramón Otero Pedrayo. A Coruña.

A probabilidade de obter o primeiro premio é 1 entre 100 000 (un primeiro premio para cen mil números), é dicir: $p(1^{\circ} \text{ premio}) = 0,000\ 01 = 0,001\%$. Como o primeiro premio son 4 000 000 € para un billete, corresponderíanlle 400 000 € a un décimo e 20 000 € a cada euro xogado.

Calcula ti cal será a probabilidade de que che toque calquera outro dos premios establecidos e cal é o premio que lle corresponde a un euro en cada caso.



Ademais dos 1807 premios que se outorgan aos números correspondentes ás bólas extraídas, existen outros: 2 premios de 20 000 € para os números anterior e posterior ao número premiado co *gordo*, 2 premios de 12 500 euros para os números anterior e posterior ao número correspondente ao segundo premio, 2 premios de 9600 euros aos números anterior e posterior ao número agraciado co terceiro premio; 297 premios de 1000 euros para os números que teñan as tres primeiras cifras coincidentes coas do primeiro, segundo ou terceiro premios; 198 premios de 1000 euros aos números que teñan as tres primeiras cifras coincidentes coas dos números correspondentes aos dous cuartos premios, 2997 premios de 1000 euros a tódolos billetes cuxas 2 últimas cifras coincidan cos dos números agraciados co primeiro, segundo ou terceiro premios, 9999 premios de 200 euros se hai coincidencia coa última cifra do primeiro premio. **O que fai un total de 15 304 premios.**



Pedro Béjar Koen
Cuarto ESO-A

Investiga.- Vocabulario da lotería: *Claveros, gordo, liras, paraguas, pedrea, portador, reintegro, tolva.*

caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.
Antonio Machado.

Números nos camiños

Todo é número.
Pitágoras de Samos.



¿Fixástesvos algunha vez en como están numeradas as saídas das autoestradas?. ¿Reparastes en que despois da saída 27 pode estar a saída 42 ou a 54? Nas autoestradas, os números das saídas correspóndense co punto quilométrico no que se atopan. É dicir, a saída 27 está no quilómetro 27 e a saída seguinte á 27 será a 42 se se atopa no quilómetro 42, esta é a razón pola que as saídas non están numeradas de forma consecutiva.

Seguindo co exemplo das estradas, témolas de diferentes categorías: Autoestradas, autovías, estradas de primeiro nivel...

O *Reglamento Xeral da Circulación* establece un código para identificar cada vía de circulación, utilizando un sistema vén determinado por **números, letras e cores**.

¿É se vos pregunto cal é o sistema de numeración das rúas en España? ¿Utilízanse tamén números para designar as rúas?. Todos sabemos que ese non é o método que usamos; sen embargo noutros lugares a numeración de rúas e a norma habitual.



No sistema de Manhattan, que imaxino que algúns de vós coñeceredes, a maioría das rúas son rectas en toda a súa lonxitude; distínguense dous tipos de rúas: '*St*' (*street*) ou '*Ave*' (*avenue*). A maioría están numeradas; hai só tres *avenidas* que teñen nome, o resto enuméranse consecutivamente da 1 á 12. As *rúas* teñen números que van do 1 ao 212. No deseño do patrón as *rúas* van de *leste a oeste* e as *avenidas* de *norte a sur*.



En España adoitamos identificar cada rúa cun nome, ¿lembrades que no curso pasado fixemos un traballo sobre as rúas da Coruña con nomes de científicos? Ese traballo centrámolo nas rúas que cumpren a peculiaridade de ter instalada unha placa que

contén información sobre o persoeiro que lle dá nome.

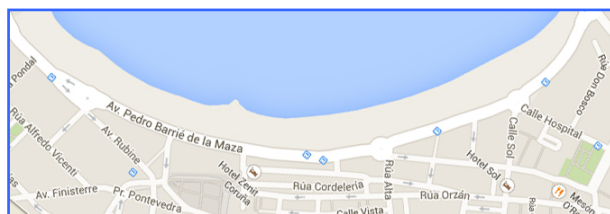
Ás veces as rúas dun barrio teñen nomes relacionados cun determinado tema, abonda con apuntar que nos atopamos no *Barrio das Flores*.

Un sorprendente caso de organización deseñada dáse na cidade arxentina de *La Plata* para identificar as súas rúas, avenidas e diagonais. A cidade é un perfecto cadrado no que as rúas son paralelas. Ten 42×42 *cuadras* e cada seis rúas hai unha avenida. Nos cruces das avenidas, polo xeral, atópase unha praza ou un parque.

A numeración dos edificios e fincas situados nas rúas parece ser que foi implantado por *Napoleón Bonaparte* con afán recadatorio.

¿Que criterio se segue para numerar dentro de cada rúa? O sistema de numeración empregado en España é o máis utilizado en Europa. Os números pares sitúanse á dereita e os números impares á esquerda, tomando como inicio da rúa, sempre que sexa posible, o extremo máis próximo ao lugar “central” da localidade –o chamado “punto cero”– que adoita ser a praza na que se atopa o concello (na Coruña, a Praza María Pita). Nalgunhas localidades costeiras a numeración comeza xunto á costa.

Ás veces existen rúas, como a *Barrié de la Maza* da nosa cidade, que teñen soamente “un lado”, polo que todos os números van correlativos pola mesma beirarrúa.



En ocasións os números están acompañados de letras ou do adverbio *bis* para designar as diferentes entradas dun mesmo edificio (nº 7 bis) ou cando temos unha finca moi grande, por exemplo co número 16, e a dividimos para construír dúas ou tres casas (16 A, 16 B, 16 C). Tamén pode ocorrer que xuntemos varias fincas para construír un único edificio, polo que podemos atopar un portal numerado 1-7, poñamos por caso.

Fóra de España, a numeración dos edificios pode seguir outros criterios, poñamos algúns exemplos curiosos para nós.

En Berlín utilízase un sistema de ferradura, consiste en comezar a numerar por unha beirarrúa e, cando se chega ao final, crúzase a rúa e numérase a outra beirarrúa ata volver ao principio da rúa. Por iso podemos atopar o número 326 fronte ao número 1.

En Arxentina utilizan un sistema de numeración moi práctico, o número do edificio vén dado pola distancia que o separa do inicio da rúa. Así, o número 85 atópase a 85 metros do inicio desa rúa; cada número polo que pasas vaite informando da distancia percorrida e da que che falta por percorrer.



Andrea Vázquez Basanta
Cuarto ESO-B

Xapón utiliza o sistema máis anárquico de todos: o número de cada edificio corresponde á data de construción.

En definitiva: ***Todo é número, pero o camiño, faise ao andar.***



Seguramente que nestes últimos anos te enfrontaches á tarefa de ter que responder a unha cuestión semellante a esta: *A idade actual dun pai é o triplo da do seu fillo, e dentro de 14 anos será o dobre. ¿Qué idade ten actualmente cada un? Ti estás seguro de que algo así aparece no tema de ecuacións dun libro de texto de matemáticas.*

¡Os libros de matemáticas están cheos de exercicios! Sen embargo, non debemos confundir **exercicio** con **problema**. Normalmente as tarefas que se propoñen nos libros de texto non son verdadeiros problemas, son suxestións para que practiquemos as ideas e as técnicas presentadas no capítulo correspondente.

Un **exercicio** é unha tarefa para a cal te adestraches previamente, coñeces o método que debes aplicar. Un **problema** non consiste só en aplicar un método que acabamos de aprender, senón que temos que utilizar os nosos recursos e coñecementos

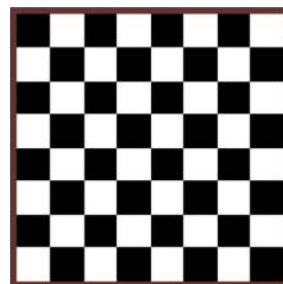
anteriores. Un *verdadeiro problema* é unha situación que se nos presenta na que sabemos, máis ou menos, a onde queremos ir, pero non sabemos como chegar.

Velaquí un problema típico: *¿Cantos cadrados hai nun taboleiro de xadrez?*

Para afrontar a resolución dun problema debemos pasar por diferentes **fases**:

1. Toma de contacto: Debemos ler e entender o problema perfectamente antes de comezar a resolvêlo.

Para o taboleiro de xadrez: *¿Hai 64 cadrados nun taboleiro de xadrez ou a resposta non é tan simple?*



2. Tratamos de atopar unha estratexia de resolución: Buscamos semellanzas con outros problemas xa resoltos, facemos un esquema, escollemos unha boa notación, pensamos nun caso máis sinxelo, poñemos orde nos recontos, facemos unha táboa, pensamos en métodos xerais como o *principio do pombal*...

Parece que nun taboleiro de xadrez hai máis ca 64 cadrados, 65 se contamos o cadrado 8×8 ... ¿ou hai moitos máis? ¿Cantos?

3. Despois levamos adiante as mellores ideas que tivemos na fase anterior, pero se non avanzamos aplicando a estratexia elixida probamos con outras...

Poñamos orde no reconto dos cadrados do taboleiro, fagamos unha táboa:

Lonxitude do lado	1	2	3	4	5	6	7	8
Nº de cadrados	64	49	36	25	16	9	4	1

¡Nun taboleiro de xadrez hai 204 cadrados!

4. Analizaremos todo o que fixemos ata agora e vemos se podemos **xeneralizar o problema**.

Investiga: *¿Cantos cadrados hai nun taboleiro de 10 cadros de lado? ¿E nun de 100×100 ? ¿E nun de $n \times n$?*

¡E se non damos coa solución, quedámonos coa experiencia adquirida!

Unha estratexia de resolución dun certo tipo de problemas é o **principio do pombal**, tamén chamado **principio das caixas**, ou **principio de Dirichlet**.

O principio do pombal funciona así:

¿Qué ocorrerá se 6 pombas entran nun pombal que soamente ten 5 niños? Efectivamente haberá polo menos un niño que conteña máis dunha pomba.

Agora expresemos o principio do pombal de forma xeral: Se temos n pombas que voan para un pombal no que hai m niños, e se $n > m$, entón polo menos haberá un niño con máis dunha pomba.

Velaquí uns problemas típicos que se poden resolver utilizando o principio do pombal:

Se nunha reunión hai 13 persoas, polo menos dúas delas persoas naceron no mesmo mes.

As pombas serían as persoas e os niños serían os meses do ano; temos doce meses para trece persoas, polo menos dúas delas tiveron que nacer no mesmo mes.

Sabemos que ningunha arbores dun certo bosque ten máis de 600 000 follas. Demostra que se no bosque hai 1 000 000 de árbores, existen árbores que teñen exactamente o mesmo número de follas.

Neste caso as árbores serán as pombas, e o número de follas os niños do pombal. Poderemos atopar 600 001 árbores con distinto número de follas (0 follas, 1 folla, 2 follas... ou 600 000 follas) pero a partir de aquí imos ter árbores cun número de follas xa obtido.

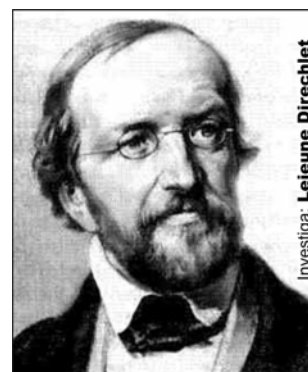
E agora resolve ti os seguintes problemas:

Demostra que se eliximos seis números naturais calquera entre 1 e 10, sempre haberá dous que sumen 11.

Demostra que se eliximos ao chou 30 palabras dunha páxina dun xornal, sempre haberá, polo menos, dúas que comece pola mesma letra.

Demostra que se debuxamos 5 puntos dentro dun triángulo equilátero de lado 2 cm, sempre haberá, ao menos, dous puntos que se atopen a unha distancia menor ou igual a un centímetro.

Demostra que se debuxamos dez puntos sobre un cadrado de 3 cm de diagonal, sempre haberá, ao menos, dous puntos que disten entre eles un centímetro ou menos.



Investiga: Lejeune Dirichlet



Laura Rico Garazo
Cuarto ESO-A