

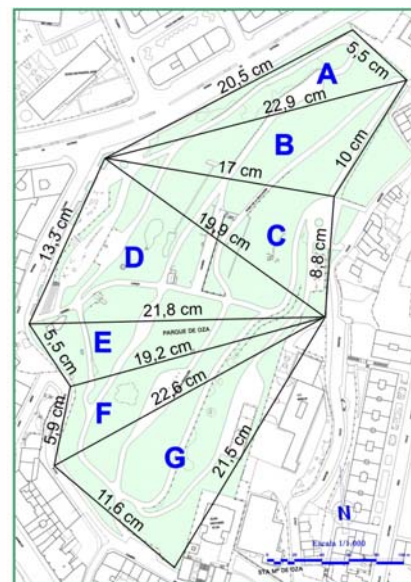
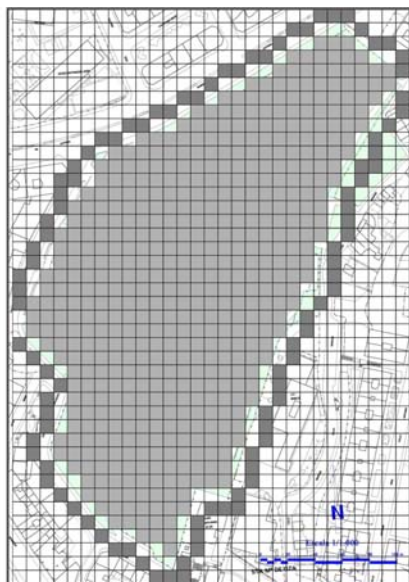


No *Parque de Santa María de Oza da Coruña*, por todos coñecido como *Parque de Oza*, agroman con naturalidade as matemáticas. Poderedes formar parte dos que defendemos a anterior afirmación sen ter que realizar máis traballo que o de dar un paseo polo parque ou pedir que vos prestemos, para observalas con atención, as 616 fotografías que temos gardadas, elixidas entre as case mil que fixemos.

A observación do *Parque de Oza* baixo un *punto de vista matemático* dá para a realización de moitas actividades e para a escrita de moitas follas, nós imos facer aquí unhas mínimas suxestións debido ás limitacións que nos veñen impostas polo espazo das catro follas deste boletín.

Unha primeira pregunta xurde de xeito natural: ¿cal é a extensión do parque? E, a partir desta aparecen outras: ¿Canto mide o seu perímetro? ¿cal é a lonxitude dos seus camiños? ¿que podemos facer para calcular nós as respostas a estas preguntas?...

A primeira necesidade que temos que cubrir é atopar un *plano fiable* do parque. Consequimos un magnífico plano a *Escala 1:1 000*.



Colocamos sobre o plano unha cuadrícula construída con cadrados dun centímetro de lado. Tendo en conta a escala, cada centímetro de *lonxitude* no plano representa 1 000 cm (ou sexa 10 metros) na realidade do parque.

A medida da superficie de cada cadradiño colocado sobre o plano ($1\text{ cm} \times 1\text{ cm} = 1\text{ cm}^2$) será na realidade $1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000\text{ cm}^2 = 100\text{ m}^2$.

Rodeamos o parque utilizando cadrados e contamos todos eses cadrados que o rodean xunto con todos aqueles outros que recobren a superficie do parque. Todos estes cadrados constitúen o que se chama unha

aproximación por exceso da área do parque sobre o plano. Contamos 710 cm² sobre o plano, o que significa que a superficie do parque é menor 71 000 m².

Se contamos soamente os cadrados que quedan dentro do contorno do parque obtemos 525 cadradiños que equivalen a 525 cm² sobre o plano que vén sendo unha **aproximación por defecto** da área do parque sobre o plano; é dicir, a área real do parque é maior que 52 500 m².

Queda así **acoutada** a área, A , do parque: $52\,500\text{ m}^2 < A < 71\,000\text{ m}^2$. Podemos tomar, pois, como medida **aproximada** da superficie do **Parque de Santa María de Oza** a media entre estas dúas cantidades: $A \approx 61\,750\text{ m}^2 = 6,1750\text{ ha}$ (1 ha = 10 000 m²).

Tratamos de mellorar as nosas estimacións utilizando un segundo método: o método de **triangulación**. Este método consiste en descompoñer o recinto do parque en triángulos, sendo a área total a suma das áreas de todos os triángulos que interveñan na partición; neste caso foron sete tal como se pode observar na figura

Para calcular a área de cada triángulo, aplicamos a **fórmula de Herón**, $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, sendo a, b, c cada un dos lados do triángulo e p o **semiperímetro**.

Detallamos os cálculos que realizamos para o triángulo **A** da figura. Os lados do triángulo **A** teñen as medidas 5,5 cm, 20,5 cm e 22,9 cm. Calculamos o **semiperímetro** e de seguido aplicamos a **fórmula de Herón**:

$$p = \frac{5,5 + 20,5 + 22,9}{2} = 24,45\text{ cm}$$

$$A = \sqrt{24,45(24,45 - 5,5)(24,45 - 20,5)(24,45 - 22,9)} = \sqrt{24,45 \cdot 18,95 \cdot 3,95 \cdot 1,55} = \sqrt{2836,72} = 53,26\text{ cm}^2$$

De modo similar calculamos as áreas dos triángulos restantes e, ao sumalas, obtivemos a área total aproximada do parque: 557,66 cm² sobre o plano.

Tendo en conta a escala, obtemos: $A_{\text{parque}} \approx 55\,766\text{ m}^2 = 5,5766\text{ ha}$.

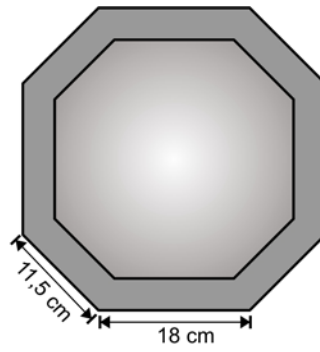
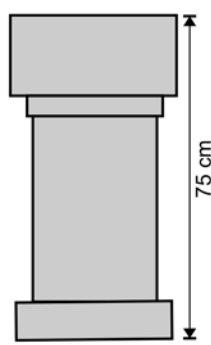
Debemos ten en conta que a nosa estimación non tivo en conta as pendentes do terreo (non utilizamos as **curvas de nivel**). Apuntar tamén, que se consultas os datos catastrais facilitados polo **Ministerio de Hacienda** atoparás que a medida oficial da superficie do **Parque de Oza** é de 55 425 m².

A partir da triangulación realizada, podemos facer tamén unha estimación da medida do **perímetro** do parque. Realizando a correspondente suma obtemos 102,6 cm sobre o plano, o que significa un perímetro aproximado de 1 026 m.

Para mellorar esta estimación da medida do contorno do parque e estimar tamén a lonxitude dos seus camiños recorremos a un novo método: colocamos un fio sobre o mapa e medimos o fio, tal como se pode observar nas imaxes. Obtivemos deste modo unhas estimacións de 1 132 m como medida do **perímetro** e 2 465 m de **lonxitude de camiños**.



A FONTE OCTOGONAL



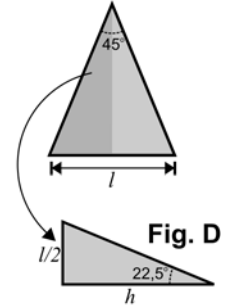
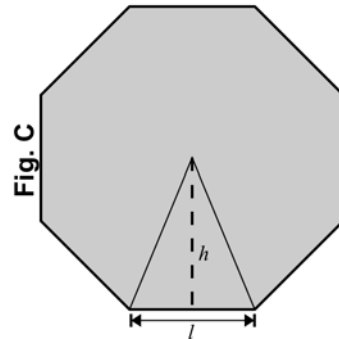
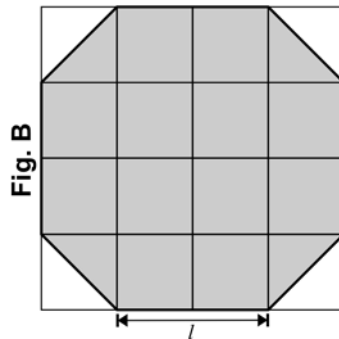
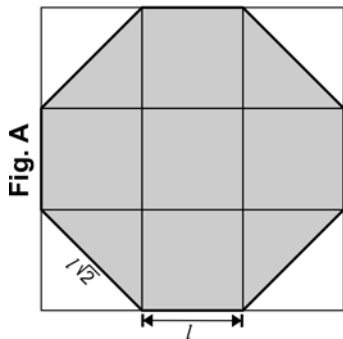
A **planta** da fonte octogonal **non** é un **octógono regular** (un **octógono regular** ten os seus oito lados da mesma lonxitude e os seus oito **ángulos interiores** son de 135° , sendo o **ángulo central** de 45°). A erosión fixo o seu traballo ao longo dos anos e non hai coincidencia exacta entre as lonxitudes de ningún dos seus lados. O día no que foi colocada, é practicamente seguro que as medidas dos lados coincidían catro a catro.

Fagamos algunhas observacións que teñen que ver co cálculo da medida do perímetro e da superficie dun octógono.

O octógono da **Fig. A** (que está máis abaixo) non é un octógono regular, xa que non todos os seus lados miden o mesmo. Este octógono está debuxado sobre unha **trama cadrada** de orde 3×3 . Imos tomar como unidade de medida a lonxitude do lado dos cadrados que forman a trama, l . ¿Tes claro que catro dos lados deste octógono son de medida l e que os outros catro miden $l\sqrt{2}$?

Se iso está claro, podemos escribir a **medida do perímetro**: $P = 4l + 4l\sqrt{2} = l(4 + 4\sqrt{2}) \approx 9,66 \cdot l$

Para calcular a área neste caso, como temos o octógono situado sobre unha cuadrícula, non hai máis que contar os cadrados que encerra o seu perímetro. Así obtemos que a área deste octógono é $A = 7 \cdot l^2$.



Ocupémonos agora do **octógono regular** representado na **Fig. C**. Por ser regular, todos os seus lados son de igual medida, polo tanto o seu perímetro será $P = 8l$.

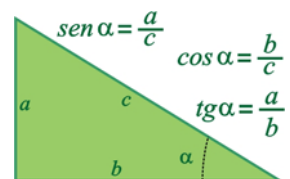
Para calcular a súa área, triangularemos o polígono desde o seu centro para obter oito **triángulos isósceles iguais**. Agora só temos que calcular a área dun deses triángulos e multiplicala por oito:

$$A_{\text{Octógono Regular}} = 8 \cdot \frac{l \cdot h}{2} = 4lh$$

¿E non é posible determinar a medida da superficie dun octógono regular utilizando unicamente a medida do seu lado? Esta pregunta ten resposta afirmativa cando se posúen uns coñecementos elementais de **trigonometría** e se utiliza a definición de **tanxente dun ángulo agudo**.

A **tanxente** dun ángulo agudo defínese, a partir dun triángulo rectángulo, como o **cociente entre o cateto oposto ao ángulo e o cateto contiguo co ángulo** (fíxate na figura que está á dereita).

Se aplicamos esta definición para o triángulo da **Fig. D** de máis arriba, podemos escribir: $\text{tg } 22,5^\circ = \frac{l/2}{h} = \frac{l}{2h}$ do que se deduce que $h = \frac{l}{2 \cdot \text{tg } 22,5^\circ}$.

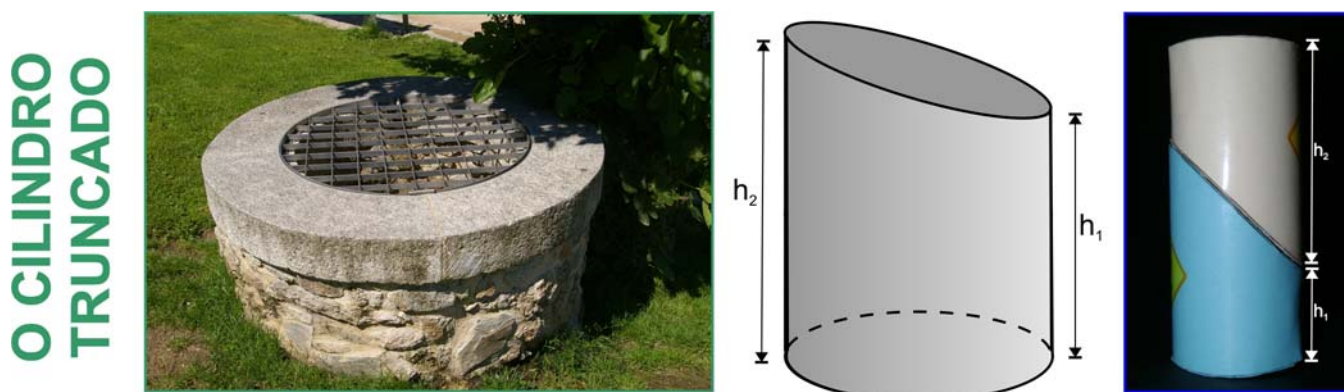


Se substituímos o valor de h na fórmula á que chegamos antes e obtemos coa nosa calculadora o valor da **tanxente de $22,5^\circ$** ($\text{tg } 22,5^\circ \approx 0,4142$, ¡compróbaos!) teremos:

$$A_{\text{Octógono Regular}} = 4lh = 4l \cdot \frac{l}{2 \cdot \text{tg } 22,5^\circ} = \frac{2l^2}{\text{tg } 22,5^\circ} = \frac{2l^2}{0,4142} \approx 4,83 \cdot l^2$$

Deste modo conseguimos unha fórmula para calcular a área dun octógono regular para a que se necesita como único dato a medida do lado.

A planta da nosa fonte octogonal non se corresponde con ningún destes dous modelos que acabamos de describir. Sen embargo, axústase bastante aceptablemente ao modelo de octógono que mostramos na **Fig. B** que se atopa sobre unha cuadrícula 4×4 . Deixamos pendente este caso para que o investigues ti.

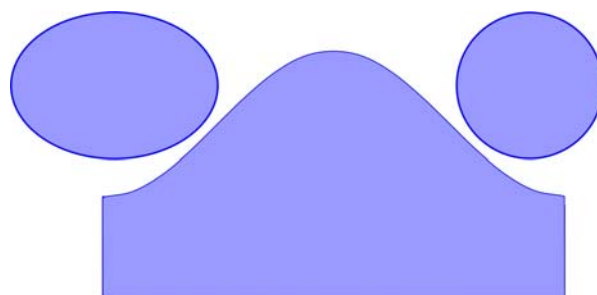


Á beira dun dos camiños do parque atópase o peitoril dun pozo que, debido á inclinación do terreo, vén sendo un **cilindro truncado**.

Un **cilindro truncado** obtense ao cortar un **cilindro recto** por un plano que non sexa paralelo ás súas bases.

Unha das bases do cilindro recto (un círculo) seguirá sendo base do novo cilindro que acabamos de obter, a nova base que aparece no proceso é unha **elipse**.

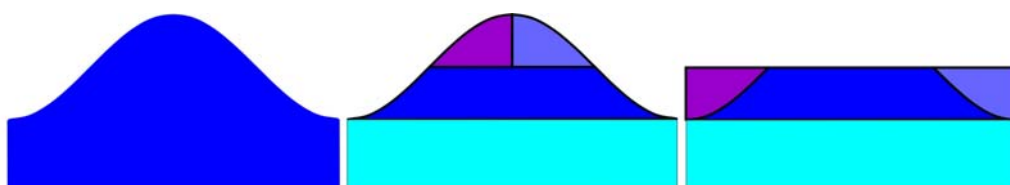
Na figura da dereita mostramos as pezas que forman o **desenvolvemento** dun cilindro truncado por un plano que forma un ángulo de 45° coas bases.



Utilizando dous cilindros truncados idénticos pódese construír un cilindro recto (tal como podes observar na figura de máis arriba) que nos dan a solución para determinar tanto a área lateral como a medida do volume dun cilindro truncado.

Tendo en conta que a altura do cilindro composto é $h_1 + h_2$, a área lateral do cilindro truncado será $A_L = 2\pi r \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}$ sendo r o raio do círculo. Para calcular a área total débese engadir a esta área lateral as respectivas áreas do círculo e da elipse.

Analogamente, o volume do cilindro truncado será: $V = \pi r^2 \cdot \frac{h_1 + h_2}{2}$.



M. Carmen Díaz Bueno
CUARTO ESO-A



Lucía Rivas Iglesias
CUARTO ESO-A