

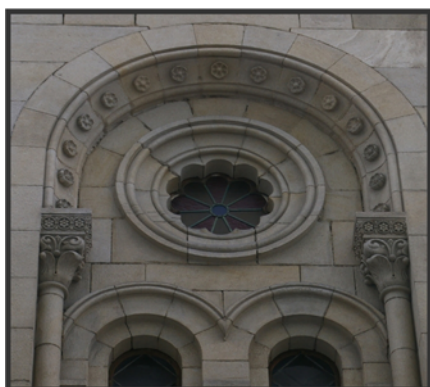
POLILÓBULOS

Un **polilóbulo** é unha *figura plana* que ten como *fronteira* unha curva cerrada formada por *arcos de circunferencia*. Segundo o número de arcos que interveñan na formación da figura, esta recibirá nomes distintos:

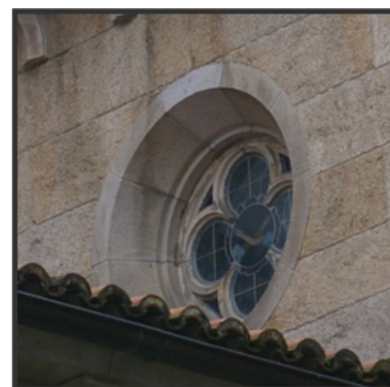
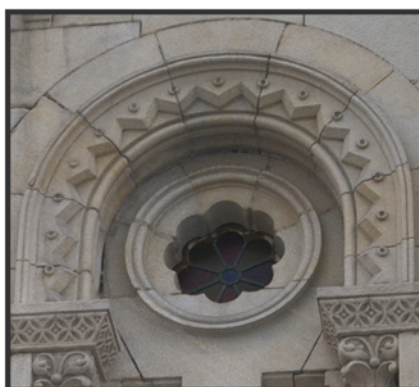


Como se pode ver nas figuras que aparecen máis adiante, neste traballo imos centrarnos naqueles **polilobulos** para os que os *arcos de circunferencia* se debuxan facendo centro nos *vértices* dun *polígono regular* e tomando como *raio* a metade da medida do lado do *polígono*; ou dito doutra forma, a medida do lado do *polígono regular* utilizado para construír cada **polilóbulo** é $2r$, sendo r o raio dos arcos.

Os **polilobulos** constitúen un elemento ornamental que foi moi utilizado en arquitectura ben como motivo protagonista ou formando parte dos chamados **arcos polilobulados**.

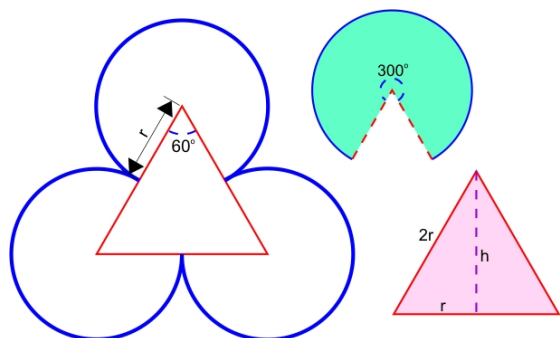


Decalóbulo e octalóbulo na Igrexa Castrense.
(Rúa San Andrés. A Coruña)



Tetralóbulo na Igrexa de San Francisco de Asís.
(Rúa Calvo Sotelo. A Coruña)

O obxectivo principal deste traballo vai ser determinar fórmulas que expresen a medida do *perímetro* e da *superficie* de **trilobulos**, **tetralobulos**, **pentalobulos** e **hexalobulos** en función do raio do arco de circunferencia que intervéñen na súa construción.



Un **trilóbulo** está formado por tres *arcos* onde cada un deles se corresponde cun *ángulo* de 300° . Dito doutra maneira, a lonxitude de cada un dos arcos equivale a $\frac{5}{6}$ da lonxitude da circunferencia de raio r . Así, pois, $L_{\text{arco}} = \frac{5}{6} 2\pi r = \frac{5}{3} \pi r$ de onde se segue que a **medida do perímetro** dun **trilóbulo** é:

$$P = 3 \cdot \frac{5}{3} \cdot \pi r = 5\pi r$$

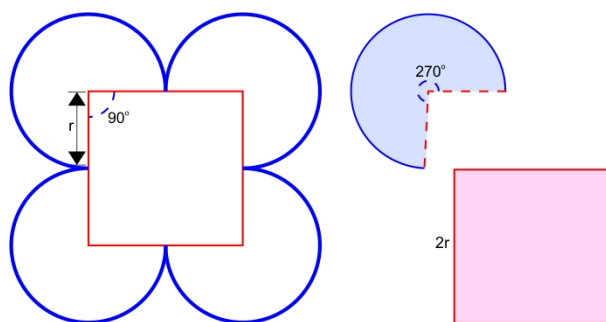
Á hora de calcular a **medida da superficie** dun **trilóbulo**, optamos por facer a descomposición que mostramos na figura anterior: Descompoñemos o **trilóbulo** en tres sectores circulares de raio r e un triángulo equilátero de lado $2r$.

Cada sector circular coincide cos $5/6$ dun círculo, polo tanto a súa área será: $A_{\text{Sector}} = \frac{5}{6} \pi r^2$.

Vou calcular a área do triángulo utilizando a *fórmula tradicional* –¿Que outra fórmula podería utilizar? Realiza ti os cálculos para comprobar que se obtén o mesmo resultado polos dous camiños– polo tanto, necesito coñecer o valor da altura do triángulo: $h = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{3r^2} = r\sqrt{3}$. A área do triángulo é: $A_{\text{Triángulo}} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot r\sqrt{3} = r^2 \sqrt{3}$.

En conclusión a área do trilóbulo é:

$$A = 3 \cdot A_{\text{Sector}} + A_{\text{Triángulo}} = 3 \cdot \frac{5}{6} \pi r^2 + r^2 \sqrt{3} = r^2 \left(\frac{5\pi}{2} + \sqrt{3} \right) = r^2 \cdot \frac{5\pi + 2\sqrt{3}}{2}$$



Un **tetralóbulo** componse xuntando catro arcos onde cada un deles é tres cuartas partes dunha circunferencia. A lonxitude de cada un destes arcos vén sendo, polo tanto, $L_{\text{arco}} = \frac{3}{4} 2\pi r = \frac{3}{2} \pi r$ polo que a **medida do perímetro** dun **tetralóbulo** será:

$$P = 4 \cdot \frac{3}{2} \pi r = 6\pi r$$

Para calcular a **medida da superficie** debemos sumar as áreas dos catro sectores circulares coa do cadrado central. A área de cada un dos sectores circulares representa tres cuartos da área do círculo, polo tanto

$A_{\text{Sector}} = \frac{3}{4} \pi r^2$. E como $A_{\text{Cadrado}} = (2r)^2 = 4r^2$, chegamos ao seguinte resultado para expresar a fórmula da

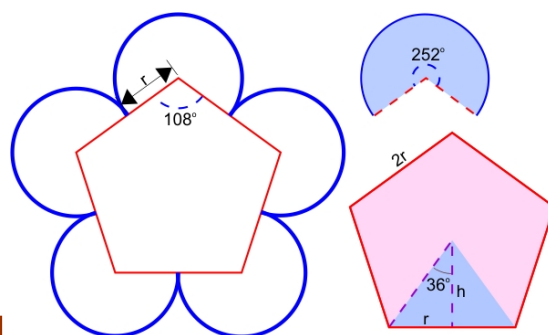
área dun tetralóbulo:

$$A = 4 \cdot A_{\text{Sector}} + A_{\text{Cadrado}} = 4 \cdot \frac{3}{4} \pi r^2 + 4r^2 = 3\pi r^2 + 4r^2 = r^2 \cdot (3\pi + 4)$$

Partindo dun **pentágono regular**, podemos construír un **pentalóbulo**. Un **pentalóbulo** obtense unindo cinco arcos que se corresponden con ángulos de 252° , medida dos ángulos exteriores do pentágono regular.

Observa que $\frac{252}{360} = \frac{7}{10}$, polo tanto a medida de cada un dos arcos que forman un **pentalóbulo** será sete décimos da lonxitude da circunferencia e por iso a medida do perímetro dun **pentalóbulo** exprésase así:

$$P = 5 \cdot \frac{7}{10} \cdot 2\pi r = 7\pi r$$



Ocorre tamén, evidentemente, que a área de cada un dos cinco sectores circulares que interveñen na construción dun **pentalóbulo** é sete décimos da área do círculo, logo: $A_{\text{Sector}} = \frac{7}{10} \pi r^2$.

Unicamente nos falta obter a *área do pentágono regular*. Calcularémola determinando a medida da superficie dun dos cinco *triángulos isósceles* que se obteñen ao triangular un *pentágono regular* dende o seu centro, tal como se mostra na figura anterior.

Fíxate que $\operatorname{tg} 36^\circ = \frac{r}{h}$ logo $h = \frac{r}{\operatorname{tg} 36^\circ} \Rightarrow h = r \cdot \operatorname{ctg} 36^\circ$. Obtemos que a *área do pentágono regular* se pode escribir así: $A_{\text{pentágono}} = 5 \cdot \frac{2rh}{2} = 5rh = 5r \cdot r \cdot \operatorname{ctg} 36^\circ = 5r^2 \operatorname{ctg} 36^\circ$. En consecuencia, a *área* dun *pentalóbulo* pódese expresar deste modo:

$$A = 5 \cdot A_{\text{Sector}} + A_{\text{Pentágono}} = 5 \cdot \frac{7}{10} \pi r^2 + 5r^2 \cdot \operatorname{ctg} 36^\circ$$

$$A = 5r^2 \left(\frac{7\pi}{10} + \operatorname{ctg} \pi/5 \right) = 5r^2 \cdot \frac{7\pi + 10 \operatorname{ctg} \pi/5}{10} = r^2 \cdot \frac{7\pi + 10 \operatorname{ctg} \pi/5}{2}$$

Para que investigues:

- 1.- Calcula ti a **medida** do **perímetro** e da **superficie** dun *hexalóbulo*.
- 2.- ¿Canto cres que medirá **perímetro** dun *polilóbulo* de n lóbulos?



Juan Naveira López.
Cuarto ESO-A.

MILLA NÁUTICA E NÓ



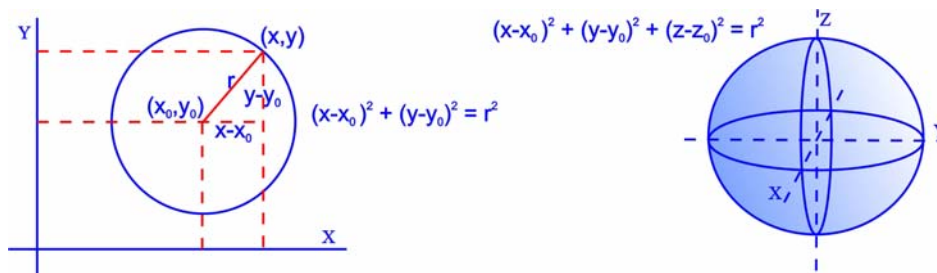
Tendo en conta o cartel que se observa na fotografía, ¿cal é a velocidade máxima permitida no **Porto da Coruña**, expresada en metros por segundo (m/s , $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)?

O obxectivo deste artigo vai ser recordar algúns conceptos xa estudados e mesmo presentar outros novos que nos permitan dar resposta á pregunta anterior. Comecemos, pois lembrando contidos coñecidos.

A *circunferencia* é unha liña curva pechada que se define como o *lugar xeométrico* dos puntos dun plano que equidistan doutro punto fixo que se atopa no mesmo plano. O punto fixo chámase *centro* e a distancia constante denomínase *raio*.

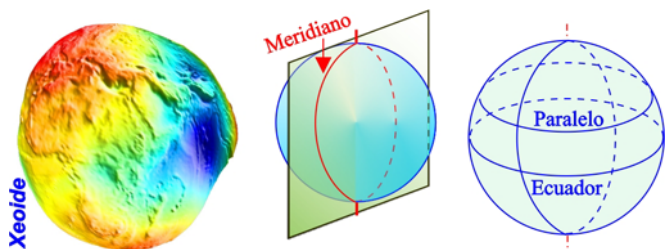
Unha circunferencia abarca un *ángulo* de 360° (2π *radiáns*) e resúltanos familiar a fórmula que nos permite calcular a medida da súa *lonxitude*: $L = 2\pi r$.

É sinxelo determinar a *ecuación en coordenadas cartesianas* correspondente a unha *circunferencia*, tal como se indica na seguinte figura (basta aplicar o **Teorema de Pitágoras**).



De xeito similar podemos definir unha *superficie esférica* como o lugar xeométrico dos puntos do espazo que se atopan a unha distancia constante (o *raio*) dun determinado punto fixo (o *centro*).

Dispoñemos de fórmulas para calcular a *medida da superficie esférica*, $A = 4\pi r^2$, e tamén a *medida do volume* que encerra esa superficie, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Como se fixo para a *circunferencia*, non é difícil determinar unha *ecuación en coordenadas cartesianas* correspondente á *superficie esférica*.



No número 50 de **Mathesis** falamos da forma do planeta Terra. Acostumamos utilizar a acepción *esfera terrestre* para referirnos a un corpo de forma “case” esférica, cun lixeiro achatamento nos *polos*, tamén denominado *xeoide*.

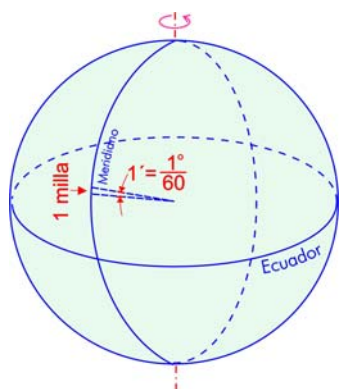
Un *meridiano* é cada unha das liñas imaxinarias que resultan da *intersección* da superficie terrestre cun *plano* que *conteña* ao *eixe de rotación* da Terra. Os *meridianos* son, pois, “*circunferencias*” máximas sobre a superficie terrestre que pasan polos *polos*.

Denomínase *paralelo* a cada “*circunferencia*” obtida pola *intersección* da esfera terrestre cun *plano* imaxinario *perpendicular* ao *eixe de rotación* da Terra. Os *paralelos* non son circunferencias máximas, agás o *Ecuador*, que divide a superficie do planeta en dous *hemisferios*.

Practicamente todos nós temos estimado distancias utilizando o noso propio *paso*. Os romanos consideraban un *paso* como a distancia que se avanza desde que se levanta un pé do chan ata que ese mesmo pé volve ao chan (realmente o dobre do que actualmente se entende por paso). *Mil pasos* romanos, *mille passus* –en plural *milia passuum*– era unha unidade de medida utilizada polos romanos para expresar distancias. Desta expresión latina é de onde se deriva a actual acepción de **milla**.



Un paso romano equivalía a 5 pés. Segundo diversos documentos asígnase ao pé romano unha medida que anda arredor dos 0,296 m, polo que se acostuma a fixar a equivalencia dunha **milla romana** en torno aos 1481 m.



Se fas unha pequena busca, poderás comprobar que na actualidade se utilizan diversos tipos de **milla**, dependendo do país e mesmo da actividade coa que estea relacionada. Imos falar agora da **milla náutica**.

No BOE (Boletín Oficial do Estado) do día 21 de xaneiro de 2010 aparece un Real Decreto polo que se establecen as unidades legais de medida. A **milla náutica** queda encadrada no apartado de *unidades de aplicación exclusiva en sectores específicos*.

A **milla náutica** é unha unidade de lonxitude empregada en navegación marítima e aérea, defínese como a *lonxitude dun arco de meridiano correspondente a un ángulo central de 1'*.

Pola propia definición, a equivalencia en metros dunha **milla náutica** dependerá da medida que se lle asigne á lonxitude dun meridiano terrestre. Esa lonxitude haberá que dividila entre $360^\circ \cdot 60 = 21\,600'$ que son os minutos que corresponden a o ángulo que abarca unha circunferencia.

Na actualidade fíxase a lonxitude media do meridiano nuns 40 007,86 km, polo que o valor da **milla mariña** é de 1852,215741 m. En 1929, na *Conferencia Hidrográfica Extraordinaria Internacional* celebrada en Mónaco, adoptouse como medida oficial 1852 m.

O **nó** é unha unidade de medida da velocidade que equivale a **unha milla náutica por hora**, é dicir, a 1,852 km/h.

Agora xa podes responder á pregunta inicial: ¿cal é a velocidade máxima permitida no **Porto da Coruña**, expresada en metros por segundo?

Investiga: Cal é a razón da palabra **nó** para denominar a velocidade dun barco.



Rubén Pardiñas González.
Cuarto ESO-A.