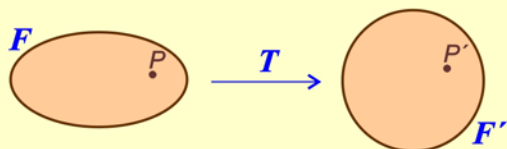


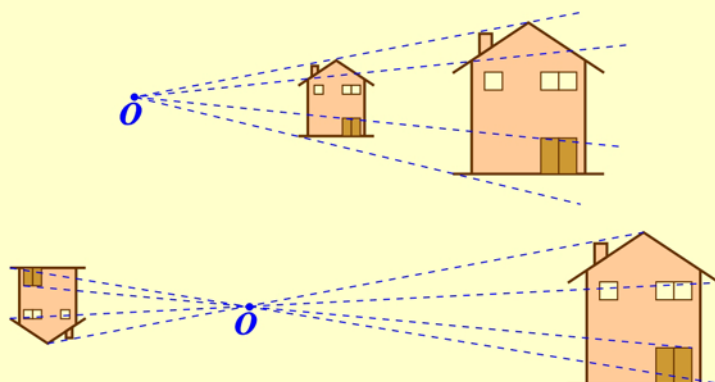
## Transformacións Xeométricas



Unha **transformación xeométrica**,  $T$ , asocia a cada punto  $P$  do plano outro punto  $P'$  (diremos que  $P$  e  $P'$  son puntos **homólogos**). As figuras **transformáanse** noutras figuras.

### Homotecias

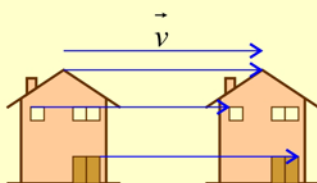
As **homotecias** son **transformacións xeométricas** que **conservan a forma** das figuras. Velaquí dous exemplos:



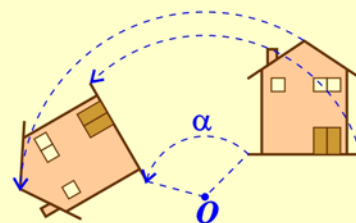
### Isometrías

As **isometrías** ou **movementos** son **transformacións xeométricas** que **conservan a forma e o tamaño** das figuras; isto é, conservan as distancias entre dous puntos calquera da figura. Os movementos reciben diferentes nomes:

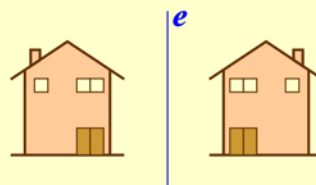
#### Translacións



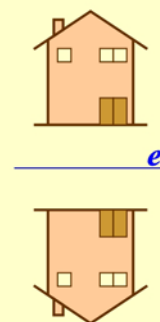
## Xiros



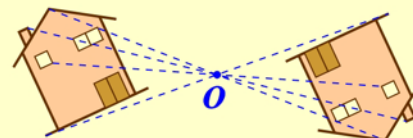
## Simetrías



**Simetría axial** con eixe vertical.



**Simetría axial** con eixe horizontal.



**Simetría central** con centro en  $O$ .

Cintia G. V. e Santiago A. P.

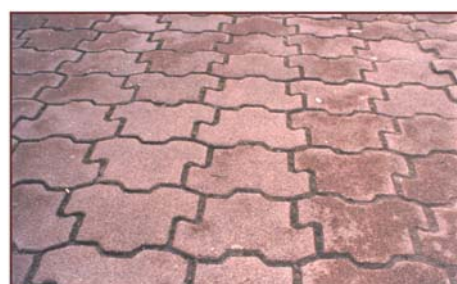
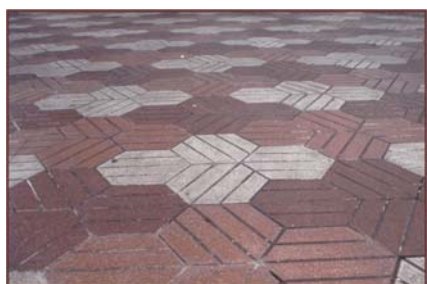
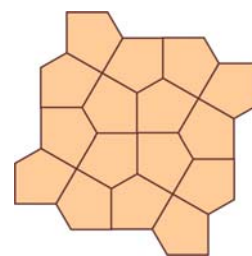
**PARA QUE INVESTIGUES:** 1.- Explica cal é a diferenza entre **transformación anamórfica** e **transformación isomórfica**. 2.- Para facer un **movemento** necesitamos coñecer certos elementos (ángulos, eixes, vectores...) define con precisión os **movementos** que mencionamos anteriormente e di cales son os elementos básicos de cada un deles. 3.- ¿Que se entende por **movemento directo**? ¿E por **movemento inverso**? Clasifica os **movementos** anteriores segundo sexan **directos** ou **inversos**. 4.- ¿Que se entende por **puntos dobres** e por **figuras invariantes** (ou **dobres**) respecto a un **movemento**? Pon exemplos. 5.- ¿En que consiste a **composición de movementos**? Investiga e pon exemplos. 6.- ¿Que é unha figura con **centro de xiro**? ¿Que se entende por **centro de xiro de orde n**?

## DARDO E PAPAVENTOS DE PENROSE

Unha **figura plana** que teña a propiedade de poder ser utilizada para cubrir completamente o plano, axustándose perfectamente ás súas veciñas sen superpoñerse con elas nin deixar ocos, chámase **tesela** ou **baldosa**.

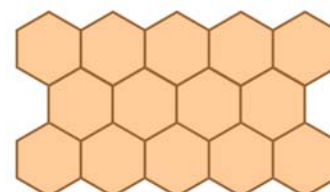
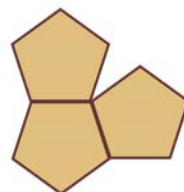
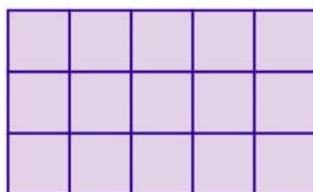
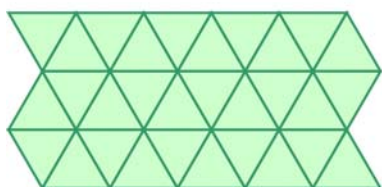
Partindo dunha **tesela** e aplicándolle algúns dos **movementos** descritos na páxina anterior, obteremos deseños xeométricos denominados **mosaicos** ou **teselacións**.

Se botamos unha ollada matemática ao noso arredor atoparemos moitos exemplos de mosaicos: os azulexos das paredes, as baldosas do chan... ou en diversos lugares da nosa propia cidade, como se pode ver nos tres exemplos que mostramos a seguir. A cousa no é nova, xa civilización máis antigas, como os romanos ou os árabes, utilizaban este tipo de decoración.

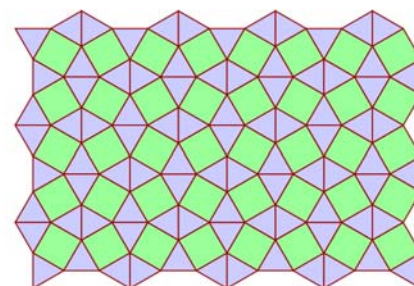
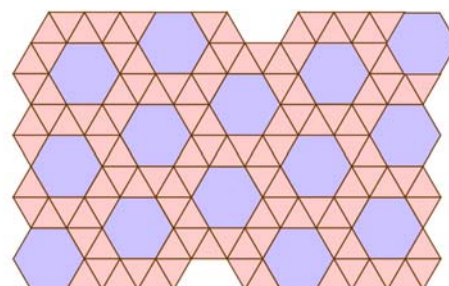
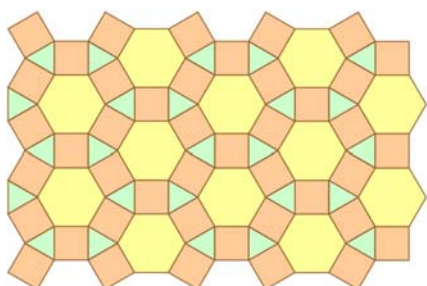


Imos agora a utilizar criterios matemáticos para clasificar **mosaicos** e destacar algunhas familias notables. A clasificación vai depender en gran medida da **tesela** que utilizemos para formar os **mosaicos**.

Se utilizamos un **único tipo** de **tesela** que sexa un **polígono regular**, conseguiremos os **mosaicos regulares**. So podemos utilizar tres **polígonos regulares** para formar **mosaicos**: o **triángulo equilátero**, o  **cadrado** e o **hexágono regular**:



Utilizando **dous ou máis tipos** de **polígonos regulares** e impoñendo a condición de que todos os **vértices** do **mosaico** (os puntos onde se xuntan as **baldosas**) teñan a **mesma configuración**, obteremos os **mosaicos semirregulares**. Existen **oito mosaicos semirregulares**, velaquí tres deles:

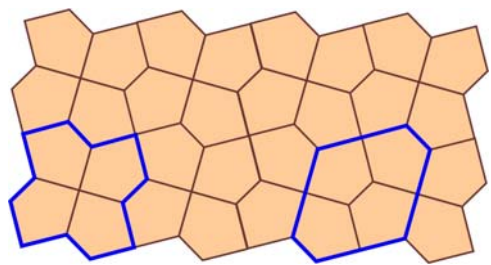


### Investiga:

1. Fai un razoamento para mostrar que unicamente existen tres mosaicos regulares. 2. ¿Que se quere expresar coa frase “que os vértices do mosaico teñan a mesma configuración”? 3. ¿Que polígonos regulares se poden utilizar para deseñar mosaicos semirregulares? 4. Obtén todos os mosaicos semirregulares.

As **teselacións** que puxemos como exemplos con anterioridade, teñen a seguinte **propiedade**: en todas elas **sempre se pode elixir algunha rexión básica** coa que se pode recubrir o plano utilizando dúas

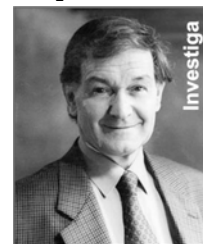
translacións que teñan asociados vectores de translación non paralelos. Dun **mosaico** que presente esta propiedade dise que é **periódico**. No caso contrario será **non periódico**.



Na figura mostramos dúas maneiras de comprobar que a primeira das **teselacións** que puxemos como exemplo corresponde a un **mosaico periódico**.

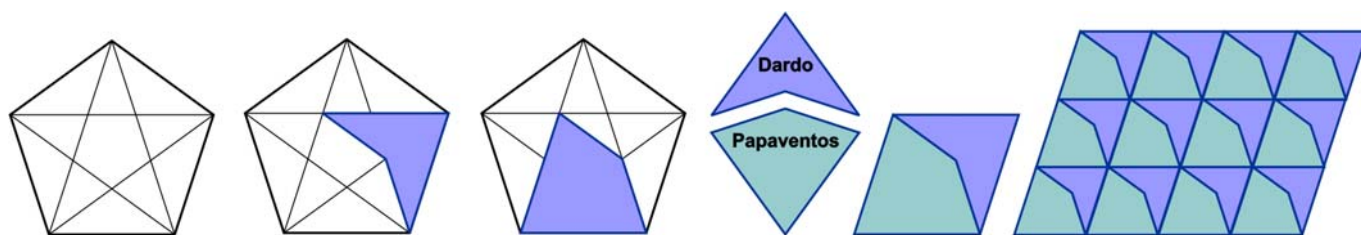
¿É moi difícil crear un mosaico **non periódico**?  
¿Necesítanse moitas **teselas** diferentes para construílo? As respostas a estas preguntas son, dende hai anos, obxecto de estudo por parte dos

matemáticos e doutras persoas ás que lles gusta o tema.

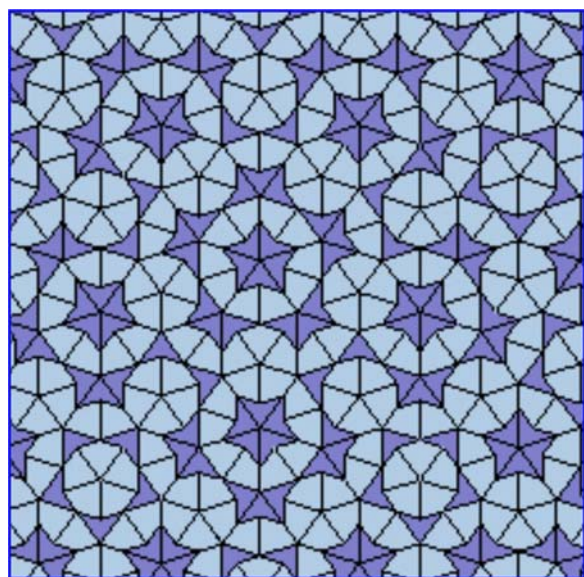


No ano 1974 **Roger Penrose** atopou unha resposta asombrosa para as cuestións citadas anteriormente: conseguiu construír **teselacións non periódicas** do plano utilizando *soamente* dúas **baldosas**.

As dúas **teselas** que utilizou pódense deseñar a partir dun **pentágono regular**, como indicamos na seguinte figura; son coñecidas polos nomes de **dardo** e **papaventos de Penrose**.



Co **dardo** e o **papaventos de Penrose** pódense construír **mosaicos periódicos** coma o que se debuxou no último apartado da figura anterior. Pero o que é realmente sorprendente é conseguir con eles **teselacións non periódicas do plano**, coma a que se mostra no seguinte deseño.



Para que investigues:

Fai un estudo do dardo e do papaventos de Penrose: ¿Que tipo de polígonos son? ¿Son cóncavos ou convexos? ¿Canto miden os seus ángulos interiores? ¿Teñen eixes de simetría? ¿Teñen algo que ver co número áureo? ¿Como proceder para calcula o seu perímetro e a súa área?

Realiza deseños diferentes utilizando o papaventos e o dardo de Penrose



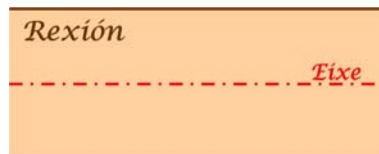
Cintia García Vegas  
Cuarto ESO-B



Esta imaxe que podes observar debaixo do título, é un detalle do respaldo dun banco que fotografamos nos **Xardíns de Méndez Núñez da Coruña**. En matemáticas, un deseño dese tipo, chámase **friso**.

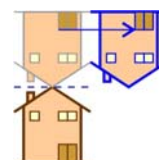
¿Como se diseña un friso? Debemos dispoñer de tres elementos básicos para poder construílo: En primeiro lugar temos que pensar nunha **rexión do plano comprendida entre dúas rectas paralelas** que

terá un *eixe de simetría horizontal* (ese eixe será outra recta paralela ás anteriores que equidiste de cada unha delas; é dicir, unha recta situada a metade do camiño entre os dous bordos da rexión). Debemos contar tamén cun **motivo decorativo básico** para poder deseñar con el unha **tesela** ou **baldosa** de forma *cadrada* ou *rectangular*.

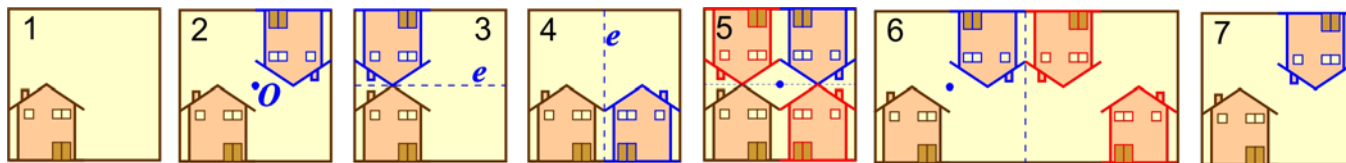


A partir do **motivo decorativo** deseñamos a **tesela** á que lle aplicaremos un *vector de translación*  $\vec{T}$  para cubrir toda a **rexión**. En definitiva, un **friso** é unha repetición dunha **tesela** ao longo dunha *dirección* para conseguir unha decoración que se repite periodicamente, de maneira que cando percorremos coa vista a rexión non podemos diferenciar o punto no que nos atopamos en relación con outros puntos similares.

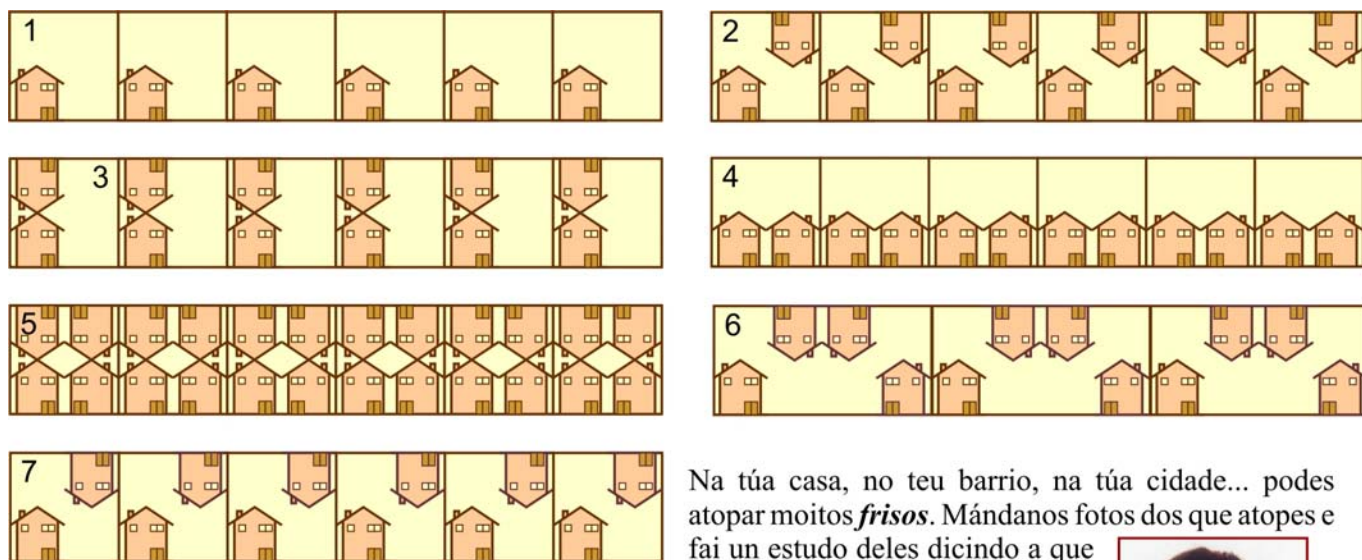
Para deseñar as **teselas** coas que podemos confeccionar os frisos utilizaremos as *isometrías* das que falamos na páxina 1 e, ademais un novo *movemento* que é *composición* de dúas delas: os **desprazamentos** ou **simetrías desprazadas** (simetría de eixe horizontal seguida dunha translación de vector  $\vec{t} = \frac{1}{2}\vec{T}$ ).



Os matemáticos demostran que se poden deseñar **sete teselas diferentes** para construír **frisos**, describímolos: 1) tesela construída co *motivo decorativo básico*; 2) Aplícase ao motivo un xiro de  $180^\circ$ , con centro de xiro no eixe da rexión; 3) Aplícase unha simetría axial con eixe horizontal; 4) Aplícase simetría axial con eixe vertical; 5) Xiro de  $180^\circ$  seguido de simetría con eixe horizontal; 6) Xiro de  $180^\circ$  seguido de simetría de eixe vertical; 7) Aplícase unha simetría desprazada. Velaquí as teselas:



E con estas teselas, aplicándolle reiteradamente unha *translación* con vector  $\vec{T}$ , obteremos os correspondentes **sete frisos**:



Na túa casa, no teu barrio, na túa cidade... podes atopar moitos **frisos**. Mándanos fotos dos que atopes e fai un estudo deles dicindo a que grupo pertencen.

Estuda as fotos da esquerda e di que características teñen desde o punto de vista dos **frisos**.



Santiago Alonso Pérez  
Cuarto ESO-A

