

ÁLXEBRA, UNHA DISCIPLINA CON DOUS PAIS

Xa adquiriu categoría de tradición admitir que o seguinte texto, tirado dunha colección de problemas que deberon ser recompilados polo século V ou VI baixo o título de *Antoloxía grega*, corresponde ao epitafio que figuraba escrito sobre a tumba de Diofanto:

● *¡Camiñante! Aquí repousan os restos de Diofanto e os números mostraranche a duración da súa vida: a sexta parte correspondeu á súa feliz infancia, e despois da duodécima parte que ocupou a súa adolescencia a barba cubriu o seu rostro. Pasou outra sétima parte da súa vida ata que se produciu o seu casamento que cinco anos máis tarde sería gratificado co nacemento do seu primoxénito. Así e todo, os deuses unicamente permitiron que a vida deste neno tan querido fose a metade da vida de seu pai, e Diofanto tivo que soportar a dor de vivir catro anos máis despois da morte do seu fillo.* ●

Linguaxe verbal	Linguaxe alxébrica
¿Cantos anos viviu Diofanto	x
Duración da infancia	$\frac{x}{6}$
Duración da adolescencia	$\frac{x}{12}$
Tempo ata o nacemento do seu fillo	$\frac{x}{7} + 5$
O seu fillo viviu...	$\frac{x}{2}$
Diofanto vive catro anos máis	4
Logo:	
$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$	

¿Cantos anos viviu Diofanto? ¿a que idade casou? ¿Que idade tiña Diofanto cando naceu o seu fillo? ¿A que idade morreu o fillo de Diofanto? ¿Que idade tiña Diofanto cando morreu o seu fillo?

A *álxebra* é unha disciplina que ten dous pais. Cada un deles traballou nun dos dous grandes centros do saber que, pola súa grande importancia, se consideran como referencia na recompilación e difusión dos coñecementos científicos ao longo da historia da humanidade: A *Biblioteca de Alexandría* e a *Casa da Sabedoría de Bagdad*. Este número de *Mathesis* imos dedicarllo a *Diofanto* e a *Al-Jwarizmi*...

al-Mujtasar
fi hisab
al-jabr
wa-l-muqabala

Mohammed ibn-Musa
al-Jwarizmi

Sansón Carrasco, acompañado polo seu escudeiro Tomé Cecial, vai de camiño despois de ser vencido por Don Quixote...

[...] En esto fueron razonando los dos, hasta que llegaron a un pueblo donde fue ventura hallar un *algebrista*, con quien se curó el Sansón desgraciado. Tomé Cecial se volvió y le dejó, y él quedó imaginando su venganza, [...]

El Quijote. Segunda parte, cap. XV.

No capítulo I de El Buscón, cando o protagonista se refire a súa nai di:

[...] Hubo fama que reedificaba doncellas, resucitaba cabellos encubriendo canas. Unos la llamaban zurzidora de gustos; otros, *algebrista* de voluntades desconcertadas, y por mal nombre alcagüeta. [...]

El Buscón

Investiga:

- 1.- Que significado ten *algebrista* en cada un dos textos anteriores.
- 2.- Biblioteca de Alexandría.
- 3.- Casa da Sabedoría.



Diofanto de Alexandría

A pesar de ser un notable matemático da antigüidade ao que con frecuencia se lle recoñece como **o pai da álgebra**, en todas as fontes consultadas se afirma que é difícil atopar información sobre a vida de **Diofanto de Alexandría**, a non ser a cita que fixemos na páxina anterior que se deu en chamar *epitafio da tumba de Diofanto* e que, ao noso parecer, vai ser improbable que se trate dun verdadeiro epitafio.

Así, pois, para procurar fixar a data do nacemento de *Diofanto*, os interesados na cuestión utilizan dous tipos de referencias: Por un lado, *as que se deducen a partir da lectura da súa obra* (teñen en conta os temas por el tratados para ver que coñecementos anteriores emprega e fíxanse nos matemáticos posteriores que mencionan o que el deixou escrito) e, por outra banda, *as que se derivan da súa relación con personaxes coñecidos ou con acontecementos dos que se sabe que el participou directamente*. Seguindo esta estratexia establécense as datas probables nas que *Diofanto* puido escribir a súa obra.

Pódese constatar que *Diofanto* fai alusión á definición de *número poligonal* tendo en conta un traballo de *Hipsicles*, polo tanto tivo que realizar o seu propio traballo despois do ano 150 a. C., e non se deben esquecer as citas que fai *Teón de Alexandría* á obra de *Diofanto*, o que obriga a que esta se redactara antes do 350 d. C.

Tendo en conta esas e outras consideracións, establécese como crible que a obra de *Diofanto* se escribiu arredor do ano 250 e, a partir de aquí, fíxase a data do seu nacemento polo ano 200. Utilizando a solución da ecuación que mostramos na páxina anterior, a súa morte debeu ter lugar polo ano 284.

Obras de *Diofanto* son: *Sobre os números poligonais*, *Porismas*, *Sobre os números fraccionarios* e, a máis famosa, **A Aritmética**.

Hipatia de Alexandría, filla de *Teón*, estudou *A Aritmética* e fíxolle ampliacións engadindo novos problemas, achegando solucións e escribindo comentarios.

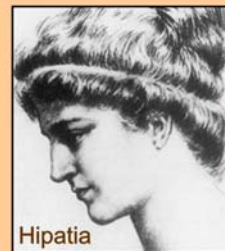
Na súa redacción inicial *A Aritmética* estaba composta por trece libros pero unicamente nos chegaron os seis primeiros facendo copias dos orixinais escritos en grego. Ademais, temos coñecemento doutros catro por traducións realizadas polos árabes. Unha copia da obra foi atopada en Venecia, en 1464, por **Regiomontano** (astrónomo e matemático alemán). A primeira tradución ao latín fíxose en 1575.

A Aritmética é unha colección dun par de centos de problemas dos que *Diofanto* mostra como se pode acadar unha solución. Moitos teñen que ver co que hoxe en día denominamos ecuacións de primeiro, segundo ou terceiro grao. Parte deles son *indeterminados* (é dicir, *admiten infinitas solucións*).

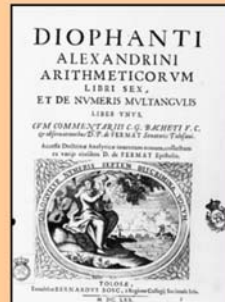
Aínda que bastantes dos problemas da *Aritmética* están en relación coa teoría de números, os métodos de *Diofanto* mostran como acadar as solucións utilizando **abreviaturas** que designan as cantidades descoñecidas. É por iso o primeiro matemático grego que expón os problemas aritméticos **de forma abstracta** polo que iniciou o camiño para pasar do que se podería chamar **álgebra verbal** (os problemas resoltos mediante redacción) á **álgebra simbólica** (tratando de empregar *símbolos* para representar as cantidades descoñecidas que se queren calcular) por isto é recoñecido como **o pai da álgebra**.

Diofanto **unicamente admitía solucións positivas**, enteiras ou fraccionarias. Por esa razón as ecuacións con coeficientes enteiros das que se queira obter solucións enteiras, denomínanse **ecuacións diofánticas**, no seu honor.

Investiga



Hipatia



Fermat

- 1.- ¿Que é un **número poligonal**. Pon exemplos.
- 2.- ¿Que di o **Último Teorema de Fermat**?
- 3.- Explica cal é o **procedemento** que debemos seguir para obter solucións da ecuación $3x+4y=10$.
- 4- Busca as solucións da ecuación $2x+y=15$ que estean formadas por números naturais.
- 5.- Escribe dez **ternas pitagóricas** e mostra que, efectivamente, o son.

A tradución máis famosa da *Aritmética* é a que se editou en París en 1621, realizada por *Claude Gaspard Bachet de Méziriac*. Nun dos exemplares desta edición, a carón do que era o problema oito do libro II (que trata da descomposición dun cadrado en dous cadrados), *Pierre de Fermat* deixou escrita a célebre nota que pasou á historia co nome de **Último Teorema de Fermat**.

¿Podes atopar solucións da ecuación $x^2 + y^2 = z^2$ que estean formadas por tres números enteiros positivos? Esas solucións chámanse ternas pitagóricas, ¿a que se debe ese nome?

Vexamos outras cuestións: Unha ecuación do tipo $Ax + By = C$ é unha **ecuación de primeiro grao con dúas incógnitas**. Unha ecuación deste tipo admite *infinitas solucións* que son os *infinitos pares de números reais* (x_0, y_0) que a verifican; polo tanto estamos diante dunha **ecuación indeterminada**.

Polo tanto, a ecuación $x + y = 200$ será *indeterminada*. Algunhas das solucións desa ecuación están formadas por dous números que son simultaneamente enteiros: (100, 100), (180, 20), (250, -50)...

Así e todo, existen ecuacións da forma $Ax + By = C$ que non admiten ningunha solución que estea formada por dous números que sexan simultaneamente enteiros. Por exemplo: a ecuación $4x + 6y = 1$ non ten solucións formadas por dous números enteiros xa que se dividimos os dous membros da ecuación entre 2 obtemos $2x + 3y = \frac{1}{2}$ e esta ecuación non ten ningunha solución (x_0, y_0) na que x_0 e y_0 sexan simultaneamente enteiros porque, se o fosen, ao facer a suma $2x_0 + 3y_0$ o resultado sería obrigatoriamente enteiro; é dicir non existe a posibilidade de que o resultado dea $\frac{1}{2}$.

Non entanto, se unha ecuación $Ax + By = C$ ten unha solución (x_0, y_0) con x_0 e y_0 simultaneamente enteiros, entón terá infinitas solucións que cumpran esa propiedade e serán da seguinte forma:

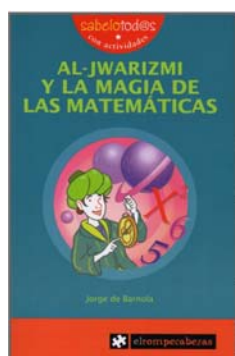
$$\begin{cases} x' = x_0 + \lambda B \\ y' = y_0 - \lambda A \end{cases} \text{ sendo } \lambda \text{ calquera enteiro, pois:}$$

$$Ax' + By' = A(x_0 + \lambda B) + B(y_0 - \lambda A) = Ax_0 + AB\lambda + By_0 - AB\lambda = Ax_0 + By_0 = C.$$

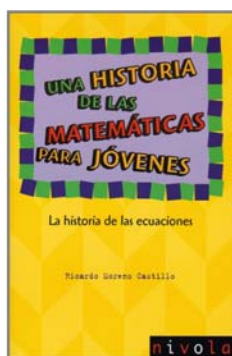
A partir destes razoamentos podemos tratar de atopar cales son as solucións, (x_0, y_0) , dunha ecuación do tipo $Ax + By = C$ que estean formadas por dous números naturais, que son as solucións preferidas por *Diofanto*.



Alberto Cuquejo Cid.
Cuarto ESO-A.



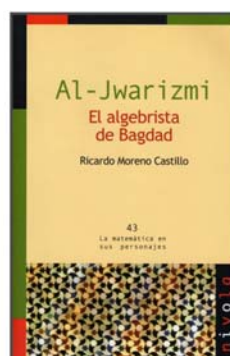
Autor: Jorge de Barnola



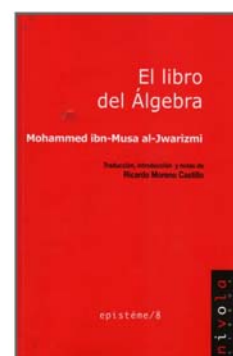
Autor: Ricardo Moreno Castillo



Autor: Ricardo Moreno Castillo



Autor: Ricardo Moreno Castillo



Autor: Ricardo Moreno Castillo

Abu Ja'far Mohammed ibn-Musa al-Jwarizmi

No 661, poucos anos despois da morte de *Mahoma*, comeza a dinastía Omeya coa proclamación como califa de Muawiya, gobernador de Siria, que estableceu a capital en Damasco. Polo 749 a dinastía dos Omeyas deixou paso á dinastía Abbasí, sendo Al-Mansur, segundo califa da dinastía, o que trasladou a capital a Bagdad. Harun Al-Rashid, cuarto califa abbasí, accedeu ao califato no ano 786 e adquiriu gran sona grazas a dos motivos: as historias que se contan en *As mil e unha noites* e ao impulso que deu á cultura, promovendo a recompilación e a tradución ao árabe dos saberes acadados polas máis importantes civilizacións anteriores.

O seu sucesor Al-Mamún continuou a tarefa iniciada polo seu pai fundando a **Casa da Sabedoría** (*Bayt al-Hikmah*) facendo imitación da *Biblioteca de Alexandría*, coa intención de establecer o máis grande

centro de saber no que puidesen traballar os máis importantes sabios da época. Alí investigábase, estudábase e facíanse traducións de obras científicas e filosóficas importantes. Tamén contaba cun observatorio astronómico.

Abu Ja'far Mohammed ibn Musa al-Jwarizmi (ou **al-Khwrizmi**, como escriben outros autores) naceu entre os anos 780 e 800. Tampouco está constatado o lugar de nacemento, existindo partidarios de fixalo en Bagdad.

Hai outras versións que fixan en Jwarizm, actual Khiva ao sueste do mar de Aral en Uzbekistán, o seu lugar natal. En certas fabulacións sobre a súa vida, cóntase que seu pai confeccionaba alfombras que trataba de vender en Samarcanda, seguindo a ruta da seda, e dise que o propio *Al-Jwarizmi* o acompañou nalgunha destas viaxes, o que lle axudou na súa formación matemática tomando contacto con diferentes mestres. Se facemos caso destas teorías, debemos admitir que *Al-Jwarizmi* iniciou a súa formación no seu propio pobo e que mostrou grandes aptitudes cara as matemáticas dende a súa nenez. Por adquirir sona como matemático foi recrutado para formar parte dos membros da *Casa da Sabedoría*.



O que está claro é que *Al-Jwarizmi* chegou a ser un dos membros máis destacados da *Casa da Sabedoría* debido ao importante traballo que levou a cabo. Morreu en Bagdad arredor do ano 850.

A seguir ímonos referir a algunhas das obras máis importantes de *Al-Jwarizmi*:

A titulada *Táboas hindús* trata de astronomía e ten que ver cos movementos do Sol, da Lúa e dos planetas. No *Libro da descrición da Terra*, obra relacionada coa xeografía, mellora os mapas do mundo existentes. Outra das súas obras denomínase *Determinación sobre o calendario xudeu*.

Al-Jwarizmi escribiu un tratado sobre **aritmética** que leva por título *Kitab al-Jam'a wal-Tafreeq bil Hisab al-Hindi* (*Libro dos cálculos cos números hindús*), nel explica como nomear números de moitas cifras, o sistema de numeración decimal e cómo realizar operacións de cálculo (suma, resta, multiplicación, división e extracción de raíces cadradas).

Modo de designación de <i>Al-Jwarizmi</i>	Notación actual
Cousas igual a número	$bx=c$
Cadrado de cousa igual a número	$x^2=c$
Cadrado de cousa igual a cousas	$x^2=bx$
Cadrado de cousa igual a cousas máis número	$x^2=bx+c$
Cadrado de cousa máis cousas igual a número	$x^2+bx=c$
Cadrado de cousa máis número igual a cousas	$x^2+c=bx$

A obra máis importante de *Al-Jwarizmi* é o tratado sobre álgebra: ***Al-Mujtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala*** (*Libro conciso dos cálculos da restauración e da redución*). O termo **al-jabr** que figura no título evolucionou ata chegar á palabra **álgebra** e do nome *Al-Jwarizmi* saíu o termo **algoritmo** (*¿que é un algoritmo?*).

O libro ten tres partes: a primeira dedícase á resolucións de ecuacións, a segunda trata de temas de xeometría elemental e a terceira céntrase na división de herdanzas.

Como *Al-Jwarizmi* non tiña en conta os números negativos, clasificaba as ecuacións que manexaba en seis categorías, tal

como mostramos na táboa. A cantidade descoñecida que quería calcular, o que hoxe chamamos **incógnita**, denominábaa a “cousa” que en árabe se escribía *shay* –sh pronúnciase como unha x– de aí que agora utilicemos x como a letra favorita para representar unha incógnita.

Debido a todas as achegas que fixo neste campo, *Al-Jwarizmi* é considerado o **verdadeiro pai da álgebra**.

