

OS NÚMEROS PRIMOS DE SOPHIE GERMAIN

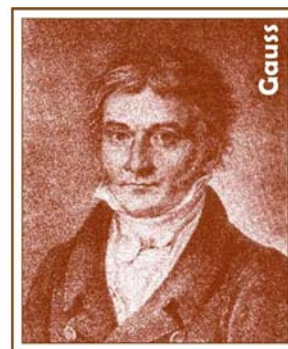
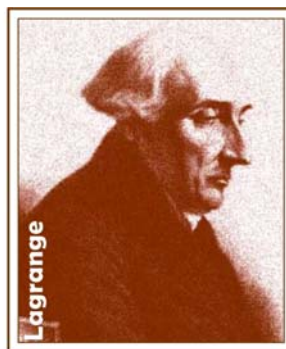
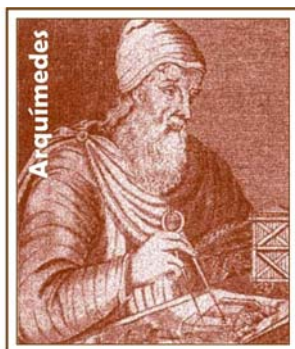
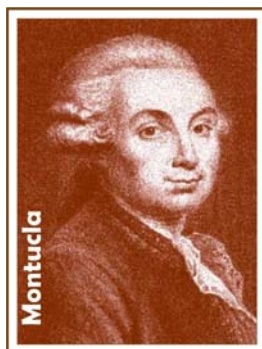


Marie Sophie Germain naceu o 1 de abril de 1776 en París (Francia) e morreu o 27 de xuño de 1831. Pertenceu a unha familia burguesa. Comezou a estudar matemáticas con trece anos, por iniciativa propia e practicamente ás escondidas, no seu propio domicilio. Moitas veces pechábase na biblioteca da súa casa para ler matemáticas e escapar das noticias e mesmo dos berros procedentes dos tumultos que, nesa época da *Revolución Francesa*, ocorrían nas rúas de París. Así aprendeu *cálculo*, *álgebra* e *análise* pola súa conta.

Chamoulle a atención un libro en especial, *Histoire des mathématiques* de **Jean Étienne Montucla**. O entusiasmo que lle produciu a lectura deste libro fixo que **Arquímedes** se convertera no seu heroe, e decidiu seguir os seus pasos e dedicarse ás matemáticas.

Non obstante, polo feito de ser muller, seus pais puxéronlle bastantes impedimentos para que continuase estudando matemáticas, pois non lles gustaba nada a idea de que a súa filla se dedicara a unha actividade “para homes”, porque as posibilidades de casar dunha muller non eran moi compatibles cos seus coñecementos científicos. Sophie sabía que seus pais só querían o mellor para ela, porén non se rendeu e conseguiu que acabaran aceptando a súa paixón polas matemáticas.

Joseph-Louis Lagrange era un home excepcional, un gran profesor e matemático que traballaba na *Escola Politécnica de París*. Sophie quería ter os seus apuntamentos, e conseguíunos grazas a un amigo que estudara con ela anteriormente e que fora alumno de *Lagrange*. Sophie Germain tivo coñecemento de que ao remate de cada curso *Lagrange* facía propostas aos seus alumnos para que realizasen traballos e investigacións, así que decidiu enviarlle algúns artigos seus baixo o pseudónimo de *Antoine Auguste Le Blanc*. *Joseph-Louis Lagrange* quedou impresionado pola calidade do traballo e quixo facerlle unha entrevista ao alumno, polo que Sophie se viu obrigada a mostrar a súa verdadeira identidade. Para sorpresa súa, *Lagrange* converteuse no seu mentor pasando por encima dos prexuízos derivados da súa condición feminina.



Sophie Germain fixo grandes contribucións en *teoría de números* e na *teoría da elasticidade*. Un dos seus estudos mais importantes deu lugar ao que na actualidade se coñece baixo a etiqueta de **números primos de Sophie Germain**.

En 1804 comezou a cartearse con **Carl Friedrich Gauss** utilizando o mesmo pseudónimo que empregara cando presentou os traballos a *Lagrange*. Ela consideraba a *Gauss* coma o mellor matemático da época,

pois aos 23 anos xa escribira un importante libro chamado *Disquisiciones Matemáticas*. Recordáballe moito a *Arquímedes*, posto que ambos eran capaces de ter éxito en todos os campos que abordaban. Dous anos despois, *Gauss* tamén foi coñecedor da súa verdadeira identidade. En 1808 *Gauss* foi nomeado profesor de astronomía na Universidade de Göttingen e deixaron de cartearse.

En 1811 participa nun concurso da *Academia Francesa das Ciencias*, que tiña como obxectivo sentar as bases matemáticas sobre vibracións de superficies elásticas. O seu traballo foi rexeitado por dúas veces. Cando se presentou por primeira vez estaba convencida de que podía gañar o concurso, pero os organizadores declararon o traballo incompleto por falta de datos e comprobacións. Na segunda tentativa pensou que sería a definitiva, pero tan só obtivo unha mención. Finalmente, en 1816 conseguiu gañar o concurso, presentando unha versión do traballo moito máis elaborada e detallada. Este feito constituíu un gran mérito para ela. Ademais, grazas ao premio, abríronselle as portas da *Academia das Ciencias* e pasou a formar parte do grupo de grandes matemáticos da época.

No ano 1830 a Universidade de Göttingen acordou recoñecer a importancia das investigacións de *Sophie Germain*, pero inesperadamente morre de cancro de mama en 1831.

Sophie Germain contribuíu á demostración do *Último Teorema de Fermat*, un dos problemas que durante moitos anos foi un reto para os matemáticos (este teorema afirma que a ecuación $x^n + y^n = z^n$ non ten solucións enteiras para x, y e z , cando n é maior que 2).

Ela demostrou un caso particular probando que se x, y e z son enteiros e $x^5 + y^5 = z^5$ polo menos un deles ten que ser divisible por 5. Este resultado restrinxe as solucións do *Teorema de Fermat*, e conduce a outro resultado máis xenérico que se coñece co nome de **Teorema de Germain**.

Un *número primo* é un **primo de Sophie Germain** se ao multiplicalo por dous e sumarlle 1 o resultado é outro número primo.

Por exemplo, 2 é un **número primo de Germain**, xa que se o multiplicamos por dous e lle sumamos 1 obtemos 5, que tamén é primo.

Ou 11, $11 \times 2 + 1 = 23$, 23 é un número primo, e polo tanto 11 é un **número primo de Germain**. Pero se probamos co número 7, $7 \times 2 + 1 = 15$, 15 non é un número primo, entón 7 non é un número primo de Germain.

Polo tanto, os *números primos de Sophie Germain* menores de 100 serán: 2, 3, 5, 11, 23, 29, 41, 53, 83 e 89.

Hai teorías que suxiren que os números primos de *Sophie Germain* son infinitos, pero iso aínda non está demostrado. O maior número de Germain ata agora coñecido (?) é o número $48047305725 \cdot 2^{172403} - 1$

Fontes:

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_primo_de_Sophie_Germain

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Inprimaketak/SophieG.asp>

http://www.juegosdelogica.com/numeros_primos.htm

<http://centros5.pntic.mec.es/ies.victoria.kent/Rincon-C/Alumnos/A1-21/al-21.htm>

Matemática es nombre de mujer. Susana Mataix. Editorial Rubes.

Matemáticas en las matemáticas. Lourdes Figueiras Ocaña, María Molero Aparicio, Adela Salvador Alcalde e Nieves Zuasti Soravilla. Editorial Proyecto Sur.

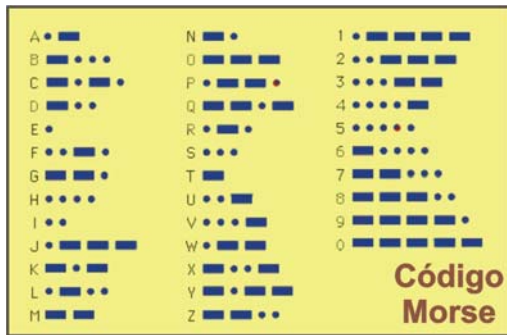


Clara Presedo Rama.
Cuarto ESO-B.

SISTEMA DE NUMERACIÓN BINARIO

Moitas das situacións que afrontamos ou dos mecanismos que utilizamos na nosa vida cotiá teñen que ver ou basean o seu funcionamento presentando dous estados. Por exemplo: unha porta pode estar aberta ou pechada, unha lámpada acendida ou apagada, unha resistencia en serie ou en paralelo... Existen códigos moi difundidos que utilizan unicamente dous símbolos ou posicións: Todos recordamos o *Código Morse*

que usa puntos e liñas, ou mesmo o *Alfabeto Braille*, que utiliza unha matriz na que en cada unha das súas posicións aparece ou está ausente un punto que pode ser detectado polo tacto.



A máis coñecida aplicación do *sistema binario* é nos ordenadores, o mundo dixital funciona basicamente utilizando ese sistema, xa que isto permítelle ser moito máis rápido e máis seguro e facilita a construción dos aparellos.

Normalmente o díxito 0 asóciase con cero voltios ou con apagado e o díxito 1 coa existencia de voltaxe ou co estado de acendido... A representación dun díxito binario denomínase *bit* e o conxunto de *oito bits* forman un *byte*. Cada *carácter* necesita un *byte* para poder ser representado.

¿Qué é un sistema de numeración? Esa vai ser a primeira cuestión que imos tratar de responder. **Un sistema de numeración** é un conxunto de símbolos (*cifras*) e regras que nos permiten escribir cantidades.

Os sistemas de numeración que máis coñecemos son o *romano* e o *decimal*.

O *sistema de numeración romano*, do que non imos recordar aquí as regras de escritura de cantidades por seren máis ou menos coñecidas por todos, é un **sistema aditivo** que ten as seguintes cifras: **I, V, X, L, C, D, M**. Neste sistema, por poñer un exemplo, o número dous mil novecentos vinte e nove escríbese da seguinte maneira: **MMCMXXIX**.

O *sistema de numeración decimal* é un **sistema posicional** que utiliza dez cifras ou díxitos que, como ben sabemos todos, son: **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**. Neste caso o número dous mil novecentos vinte e nove escríbese 2 929, xa que:

$$2\,929 = 2 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0.$$

O *sistema de numeración decimal* é **posicional**, porque o valor que representan as cifras varía dependendo do lugar no que se atopen escritas; este valor está en relación coa **potencia de dez** asignada a cada posición. Así, na cantidade que se puxo como exemplo, o primeiro 2 ten un valor de dúas mil unidades (por estar ligado á potencia 10^3) e o segundo de vinte (xa que está en correspondencia con 10^1). De xeito similar o primeiro 9 representa novecentas unidades e o segundo soamente nove, xa que as súas potencias de referencia son, respectivamente 10^2 e 10^0 .

E agora imos intentar dar resposta á pregunta que constitúe o obxectivo fundamental deste artigo: **¿Qué é o sistema de numeración binario?**

O *sistema de numeración binario* é un sistema de numeración **posicional** no que a **base é 2**. Así, pois, precísanse unicamente *dúas cifras*, 0 e 1, para representar as cantidades. O número dous mil novecentos vinte e nove, escríbese no sistema binario así: **101101110001**, como veremos a continuación.

A utilización do sistema de numeración binario ten moitos séculos de antigüidade, existen referencias sobre el datadas no século terceiro antes de Cristo, atribuídas ao matemático indio *Pingala*.

Como se acaba de comentar, utilizando as potencias de **base 2** e as **cifras 0 e 1** podemos escribir calquera cantidade. Na táboa da dereita mostramos o que queremos dicir, escribindo os números entre cero e trece.

Sistema Decimal	Sistema Binario	Posto que...
0	0	$0 = 0 \times 2^0$
1	1	$1 = 1 \times 2^0$
2	10	$2 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
3	11	$3 = 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
4	100	$4 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
5	101	$5 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
6	110	$6 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
7	111	$7 = 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
8	1000	$8 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
9	1001	$9 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
10	1010	$10 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
11	1011	$11 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
12	1100	$12 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$
13	1101	$13 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

Así o número 2 929 que se puxo como exemplo anteriormente será:

$$2\,929 = 1 \times 2^{11} + 0 \times 2^{10} + 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

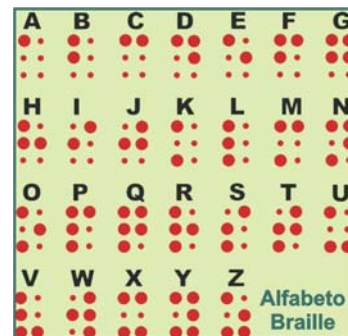
polo que escribiremos: **101101110001**. Cando teñamos que ser precisos, utilizaremos subíndices para deixar claras cales son as bases nas que se escriben as cantidades:

$$2\,929_{(10)} = 101101110001_{(2)}$$

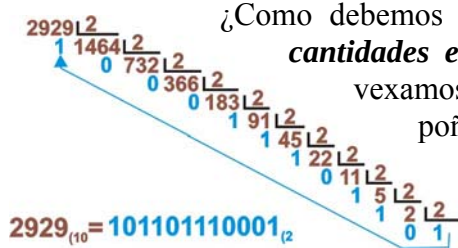
Do que acabamos de dicir dedúcese que é moi sinxelo *pasar cantidades escritas no sistema binario á súa escrita equivalente expresada en base 10*. Soamente temos que multiplicar cada cifra (0 ou 1, como se viu) pola correspondente potencia de 2 e facer a suma. Por exemplo:

$$11010 \equiv 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 16 + 8 + 0 + 2 + 0 = 26. \text{ É dicir:}$$

$$11010_{(2)} = 26_{(10)}$$



¿Como debemos actuar se o problema é “ao revés”? É dicir, se temos que *pasar cantidades escritas en base dez ao sistema binario*. Existen diversos métodos, vexamos un: Para pasar números decimais a binarios simplemente hai que poñerse a dividir entre dous e prestar atención aos restos que obteñamos e ao último cociente, tal como indicamos na figura da esquerda.



Agora imos poñer algúns exemplos de operacións (suma, resta, multiplicación...) feitas no sistema de numeración binario.

Para realizalas tivemos en conta as táboas de sumar, restar e multiplicar que figuran a continuación.

$0+0=0$	$0-0=0$	$0 \times 0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$	$0 \times 1=0$
$1+0=1$	$1-1=0$	$1 \times 0=0$
$1+1=10 (*)$	$10-1=1 (*)$	$1 \times 1=1$

$\begin{array}{r} 1101001 \\ + 10101 \\ \hline 1111110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10100110 \\ - 1010101 \\ \hline 1010001 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10101001110 \\ \times 101 \\ \hline 10101001110 \\ 10101001110 \\ \hline 1101010000110 \end{array}$
---	--	---

Trata de comprender as táboas e logo comproba se os respectivos exemplos se fixeron correctamente.

Observa que se marcaron cun (*) os dous resultados cos que hai que ter máis coidado; porque o que no sistema decimal é 2 no sistema binario escríbese con dúas cifras, $1+1 = 10$, e isto significa que arrastras unha unidade, que se sumará na posición seguinte.

Para a resta, de maneira similar ao que se fai no sistema decimal, collemos unha unidade prestada da seguinte posición, polo tanto $0-1$ é como ter $10-1 = 1$, e a unidade que collemos prestada devólvese sumando na posición seguinte do subtraendo.

Para que investigues ti:

- 1.- Comproba se están ben feita as operacións que se puxeron máis arriba pasando as cantidades binarias que se utilizaron ao sistema decimal e facendo as contas en base dez.
- 2.- ¿Como se fai a división no sistema binario? Investígaos e realiza a seguinte división: **100011 1111**

<http://es.wikipedia.org/wiki/Binario>
<http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/binarios/aritmetica.html>
<http://www.fismat.umich.mx/~elizalde/curso/node112.html>
<http://www.correodelmaestro.com/anteriores/1996/agosto/3nosotros3.htm>
http://platea.pntic.mec.es/~lgonzale/tic/binarios/numeracion.html#Sistema_de_numeraci%F3n_binario

