

Ano 4

Número 35

Febrero 2010

Mathesis

Boletín de divulgación matemática

Depósito Legal: C-2693-06

<http://centros.edu.xunta.es/iesoteropedrayo.coruna/drupal>

*A matemática é a raíña entre todas as ciencias
e a Teoría de Números a raíña da matemática.*

Johann Carl Friedrich Gauss.

De como che pode cambiar a vida un heptadecágono.

¿Que non sabes o que é un **heptadecágono**? ¡Entón tes que seguir lendo este número de **Mathesis**... !



A finais de marzo de 1796 **Johann Carl Friedrich Gauss** atopábase de vacacións en *Brunswick*, e tiña practicamente decidido que marcharía para a universidade a estudar filoloxía. Ben é verdade que tamén lle gustaban moito as matemáticas e dende había semanas andaba traballando duramente na construción dun **heptadecágono regular** *utilizando regra e compás*.

Por fin, o 29 de marzo de 1796 deu coa solución. Este feito foi tan satisfactorio para el que determinou un cambio radical sobre súa elección inicial e acordou que a partir dese día se dedicaría ás matemáticas. Durante toda a súa vida, Gauss mantivo o orgullo de ter acadado ese descubrimento, ata o punto de deixar ordenado no seu testamento que sobre a súa lápida se gravase un **heptadecágono regular**.

Así e todo, o seu desexo non chegou a cumprirse nunca, pois o canteiro ao que se lle encomendo o traballo negouse a facelo aducindo que o seu debuxo non se podería distinguir dunha circunferencia...

Investiga:

¿Cantas *diagonais* se poden trazar nun **heptadecágono convexo**? ¿Cal é o valor da medida dun *ángulo interior* dun **heptadecágono regular**? ¿Cal é a medida da *superficie* dun **heptadecágono regular** do que o lado mida *l*?

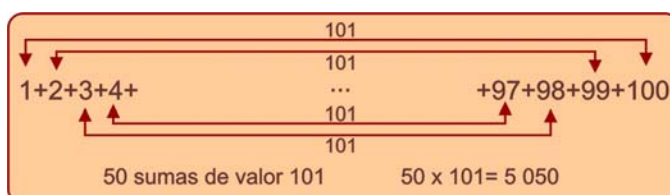
Johann Carl Friedrich Gauss, o Príncipe das Matemáticas



Johann Carl Friedrich Gauss naceu o 30 de Abril de 1777 en *Brunswick*, Alemaña. Ademais de físico e astrónomo, é considerado un dos maiores matemáticos da historia ata o punto de ser coñecido polo sobrenome de **príncipe das matemáticas**.

Xa dende moi pequeno, *Gauss* mostraba trazos propios dun neno prodixio. Neste sentido, cóntanse multitude de anécdotas coma as seguintes: con só tres anos, corrixiulle a seu pai unhas contas que estaba a facer relacionadas co pagamento dos seus traballadores. Outra das anécdotas, de seguro a máis coñecida, fala de que estando Gauss na escola á idade de oito anos o mestre impúxolle a toda a clase un castigo coa intención de que os rapaces estivesen calados durante un bo tempo, e por iso mandou que obtivesen o resultado de sumar os *números naturais* dende 1 ata 100. Gauss resolveu o

problema en cuestión de segundos observando que $100+1=101$, $99+2=101$, $98+3=101$... e que polo tanto tiña 50 sumas de valor 101.



Departamento de Matemáticas do IES Ramón Otero Pedrayo. A Coruña.

Tamén se conta que arredor dos dez anos xa descubrira dous métodos para calcular raíces cadradas de números con 50 cifras decimais.

Polo 1788 comezou a asistir ao *Gymnasium* (escola secundaria) da súa localidade e destacou de tal maneira que o propio duque de Brunswick o axudou economicamente para que continuara os seus estudos no *Collegium Carolinum*.

En 1795 deixou o *Collegium Carolinum* de Brunswick para ingresar na universidade de Göttingen. Aínda que pareza raro, Gauss non tiña claro se desexaba estudar unha carreira de letras ou de ciencias; o feito que o levou a tomar a decisión definitiva foi o seu descubrimento, do que se sentiu orgulloso durante toda a súa vida, da demostración de que un *heptadecágono* (polígono de 17 lados e 17 ángulos) se pode construír utilizando regra e compás.

Dous anos despois de chegar a Göttingen volveu a Brunswick onde escribiu a súa tese de doutoramento que tivo como tema principal o *teorema fundamental da álgebra*; este teorema afirma que toda ecuación polinómica de grao n , nunha variable, ten exactamente n solucións, cando se traballa no *campo complexo* (xa temos comentado que unha ecuación deste tipo, no *conxunto dos números reais* ten como máximo n solucións).

Gauss publica *Disquisitiones Arithmeticae* en 1801, obra que fai importantes achegas que teñen que ver coa *teoría de números*. Nese ano de 1801 aconteceu un feito que tivo influencia na vida de Gauss: o astrónomo italiano *Giuseppe Piazzi* descobre e observa durante un curto espazo de tempo o que cre que é un planeta, Gauss pensa que iso non é así e opina que se trata dun asteroide. Fixo os cálculos para determinar a órbita do obxecto celeste e estableceu o lugar do firmamento cara onde habería que dirixir as observacións para volver a velo a finais dese ano. Efectivamente, a finais de 1801 os astrónomos encontraron o asteroide onde Gauss predicara que se ía atopar, isto fixo que o nomearan director do observatorio de Göttingen.

Gauss traballou tamén no campo da xeodesia (parte das matemáticas que se ocupa da descrición, medición e representación da Terra). A esta tarefa dedicoulle dúas décadas da súa vida, nas que levou a cabo encargos directamente relacionados con estudos xeodésicos.

Fixo, ademais, importantes achegas relacionadas coa *xeometría diferencial*, rama das matemáticas na que se estudan as propiedades locais das curvas e superficies, e en relación con este tema publicou *Disquisitiones generales circa superficies curva*.

Tamén se ocupou da estatística, ten que ver con este tema a súa publicación *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, onde se tratan cuestións relacionadas cunha famosa curva que se coñece na actualidade co nome de **Campá de Gauss**.

En relación con esta curva débese aclarar que, aínda que se chame dese modo, non foi Gauss o seu descubridor; el só continuou as investigacións do matemático francés *Abraham De Moivre*, moi coñecido por unha importante fórmula que relaciona os números complexos e a trigonometría e por ser amigo de Newton.

O que fixo Gauss foi tomar a curva como ferramenta ou modelo para ser utilizado en estudos que teñen que ver con diversos campos e situacións da vida cotiá que é o que se continúa a facer actualmente.

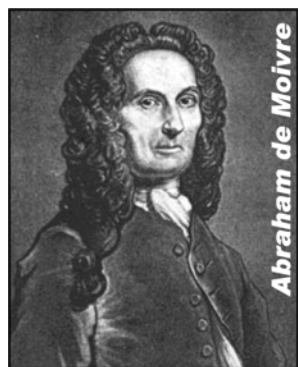
Gauss morreu o 23 de Febreiro de 1855 en Göttingen.

Fontes:

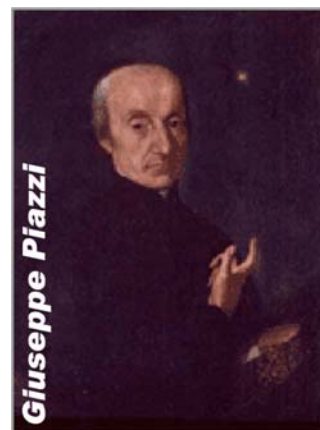
<http://gaussianos.com/carl-friedrich-gauss-el-principe-de-las-matematicas/>

<http://www.academiagauss.com/biografiagauss.htm>

<http://www.w-volk.de/museum/monum11.htm>



Abraham de Moivre



Giuseppe Piazzi



Daniel Sexto López.
Cuarto ESO-A.

Investiga: a) Campá de Gauss. b) Abraham de Moivre. c) Giuseppe Piazzi.

A CUADRATURA DUN POLÍGONO CONVEXO

Coa expresión **cuadratura dun polígono convexo** queremos facer referencia ao proceso que nos permitirá transformar un *polígono convexo* calquera nun *cadrado* que teña a **mesma área**, utilizando unicamente **regra e compás**.

Na *figura 1* queremos ilustrar a seguinte propiedade: **os triángulos coa mesma medida da base que se atopan entre rectas paralelas, teñen igual área**, que para o noso caso será:

$$\text{Area} = \frac{AB \cdot h}{2}.$$

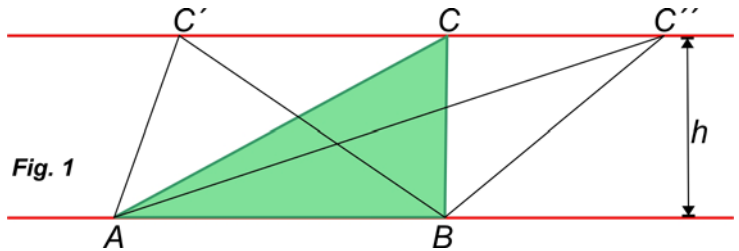


Fig. 1

Esta propiedade tan sinxela, utilizada de maneira axeitada, permitiranos converter calquera polígono convexo nun triángulo que teña a súa mesma área. Isto é o que se pretende mostrar co seguinte debuxo:

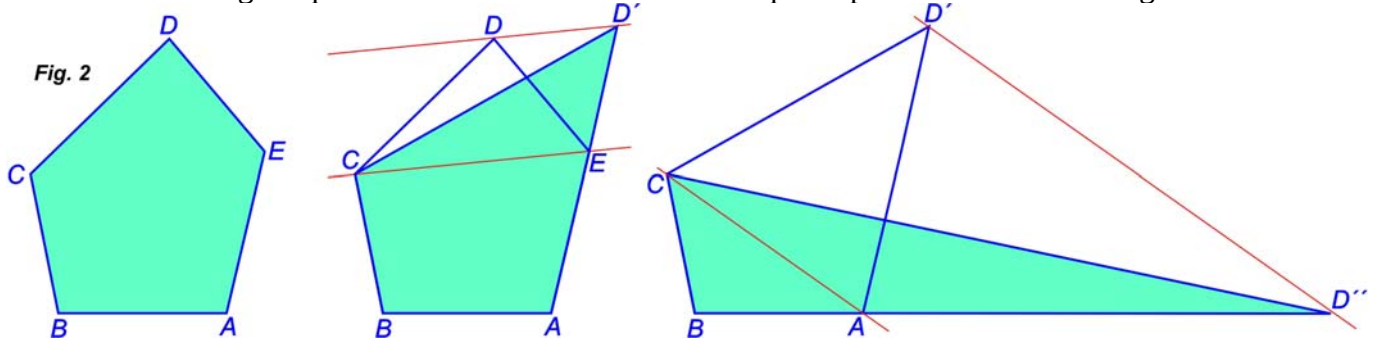


Fig. 2

Aplicando este método podemos pasar, pois, dun *polígono convexo* de n lados a outro coa mesma área que teña $n-1$ lados, e así sucesivamente ata chegar a un triángulo.

Por outro lado, a partir dun triángulo podemos construír un rectángulo que teña a súa mesma área, trazando un segmento s paralelo á base polo punto medio da altura, da seguinte maneira:

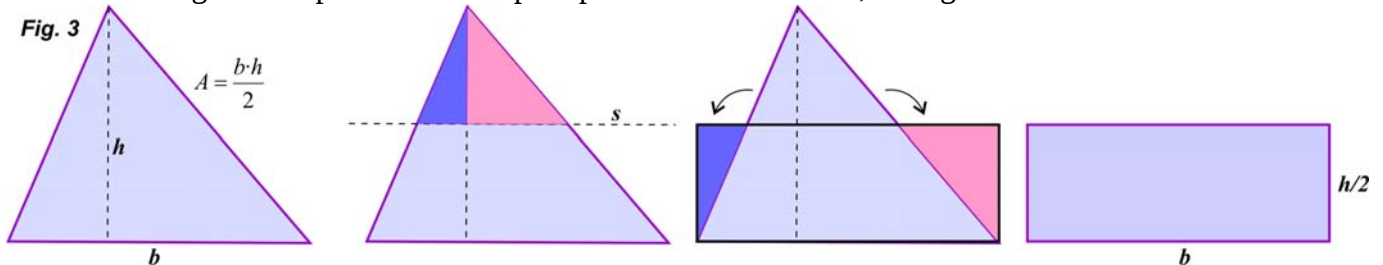


Fig. 3

En consecuencia, para conseguir o noso obxectivo, é preciso saber transformar un *rectángulo* nun *cadrado* que teña a súa mesma área. A ese problema pódesele dar solución de diversas maneiras pero imos aproveitar para recordar algúns resultados importantes da xeometría.

Na *figura 4* que está a seguir, partimos dun triángulo rectángulo ABC ($\hat{A}=90^\circ$) no que trazamos a altura correspondente ao vértice A. Obtemos así tres triángulos semellantes: o de partida e os outros dous que mostramos (observa que son os tres semellantes por teren os seus tres ángulos respectivamente iguais).

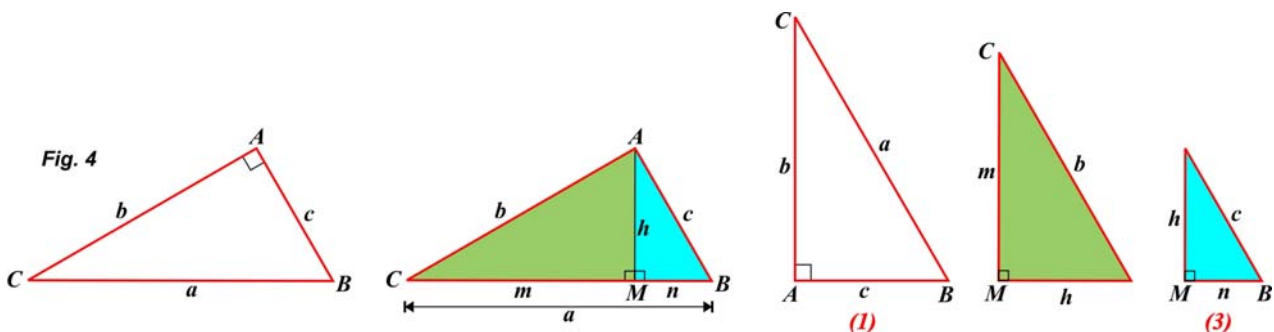
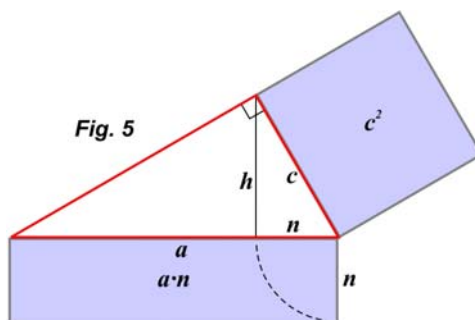


Fig. 4

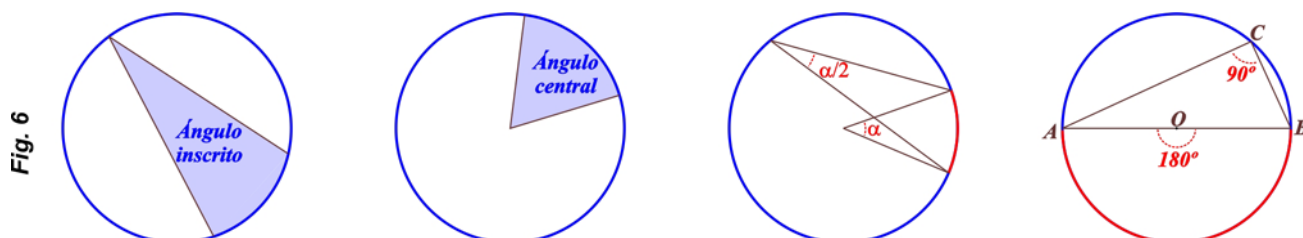
Por seren semellantes os triángulos (1) e (3) podemos escribir: $\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$, do que se deduce $c^2 = a \cdot n$, expresión que se coñece en matemáticas co nome de **Teorema do Cateto**, e que se interpreta

xeometricamente do seguinte modo: *A área do cadrado construído sobre un cateto, c , dun triángulo rectángulo, coincide coa área do rectángulo que ten por lados a hipotenusa, a , e a proxección dese cateto sobre a hipotenusa, n .*



Chegados a este punto, unicamente nos falta dar solución a un último atranco: *¿Como podemos construír o triángulo rectángulo apropiado para transformar un rectángulo dado nun cadeado que teña a súa mesma área?*

É moi coñecida, na xeometría clásica, a seguinte propiedade: *a medida dun ángulo inscrito nunha circunferencia coincide coa metade da medida do ángulo central que abarque o mesmo arco.*



O ángulo AOB é un *ángulo central* de 180° e o ángulo ACB está *inscrito* na circunferencia abarcando o mesmo arco; polo tanto o ángulo ACB medirá a metade do central, logo é un *ángulo recto*.

Rematemos, pois, facendo a *cuadratura dun rectángulo* calquera:

Partimos do rectángulo $ABB'A'$.

Trazamos a *semicircunferencia* de diámetro AB .

Facendo centro en B e con raio BB' , trazamos o arco que nos determina o punto M .

Levantamos unha perpendicular por M para obter o punto C .

O segmento BC será o lado do cadrado que andamos buscando.

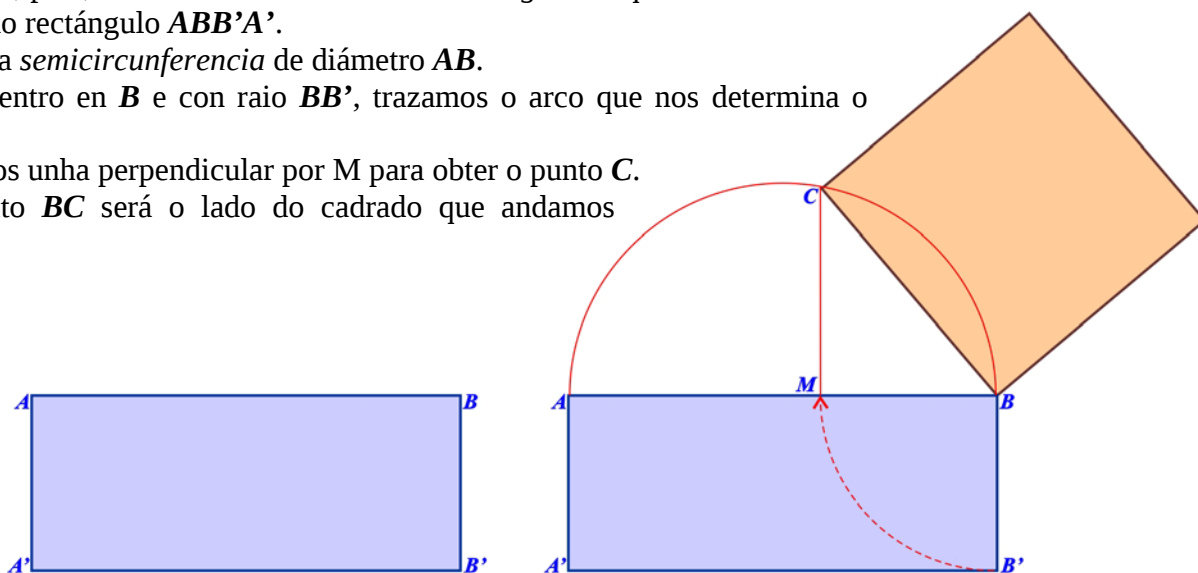


Fig. 7



Rafael Ramos Domínguez.
Cuarto ESO-A.

Fontes:

http://www.fisem.org/descargas/1/Union_001_005.pdf

<http://www.laberintos.itam.mx/files/263.pdf>

http://www.dmae.upct.es/~pepemar/triangulo/th_altura.html