

MMX: ANNUS SANCTI IACOBI

Quixeron os fados que este número de *Mathesis* viñese aparecer cando empezan a bulir os primeiros días do ano 2010; ano este ao que lle corresponde o honor de pór remate á primeira década do século XXI, cuestión que terá cumprimento cando soen as doce últimas badaladas do vindeiro 31 de decembro.



Así e todo, a circunstancia que fai que o 2010 sexa un ano especial para Galicia é que, como todos sabemos, atopámonos nun *Ano Xacobeo*, circunstancia que vén determinada polo feito de que cae en domingo o vindeiro 25 de xullo, día do Apóstolo Santiago.

Arredor de *calendarios*, *anos santos* e outros moitos asuntos que teñen que ver cos *almanaques*, xirou o contido da conferencia que, o pasado 15 de decembro, pronunciou na nosa aula-taller de matemáticas **Don José**

María Barja Pérez (Reitor da Universidade da Coruña) co obxectivo de conmemorar o IX aniversario da fundación da *Asociación Galega do Profesorado de Educación Matemática*.



Resaltamos a seguir algunha das afirmacións realizadas nesa conferencia, relacionadas directamente coa celebración dos anos santos compostelás:

“[...]É de coñecemento popular en Santiago de Compostela que os anos santos se repiten seguindo a secuencia 6-5-6-11 (polo tanto teremos que agardar ata o 2021 para atoparnos cun novo Ano Xacobeo) esta secuencia vénse mantendo dende 1909 e estará en vigor ata o 2094. O Ano Santo Compostelá que segue ao 2094, en vez do 2105, será o ano 2100; e outra secuencia, 6-11-6-5, permitirá seguir calculando os Anos Xacobeos ata o 2190. Aí unha vez máis, ao pasar polo 2200 que será non bisesto, producirase un salto ao 2202[...]”.

Facts

- Un ano común remata no mesmo día da semana no que comezou; un ano bisesto remata no día da semana que coincide co día que foi o seguinte ao primeiro de xaneiro.
- O mes de setembro comeza sempre o mesmo día da semana que o mes de decembro.
- O día 13 dun mes cae máis frecuentemente en venres que en calquera outro día da semana.
- Ningún ano pode ter menos de un nin máis de tres martes 13 ou venres 13.
- Cada século do calendario xuliano comeza no día da semana anterior ao que deu comezo o século previo.
- Cada século do calendario gregoriano comeza en luns, martes, xoves ou sábado.
- Agás no contorno dun ano centenario non bisesto, o almanaque de cada ano común que segue a un bisesto repítese seguindo o ciclo de 6-11-11 anos.
- A separación dos Anos Santos Compostelás (ASC) no calendario xuliano segue o ciclo 6-5-6-11; este feito soamente ocorre no 85,71% dos ASC no calendario gregoriano, pero a regra será válida nos próximos 85 anos.
- O almanaque do ASC 2088 non se repetirá ata 40 anos máis tarde.
- Nun ASC común hai dous martes 13, e tres se o ano é bisesto.
- Nun ASC común hai un único venres 13, e dous se o ano é bisesto.
- O ano que segue a un ASC comeza en sábado e ten un único venres 13.
- Se o ano que segue a un ASC é común, contén en decembro unha “ponte perfecta” (martes e xoves festivos).

© José M. Barja Pérez.

Para que investigues: ¿Cales foron os **Anos Xacobeos** do século XX? ¿Cales serán os **Anos Xacobeos** dos séculos XXI e XXII?

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: TALO E FOLLAS, CAIXAS E BIGOTES

Cando se traballa en estatística acostúmase utilizar **táboas de distribución de frecuencias** para resumir e organizar os datos procedentes do estudo que se estea realizando.

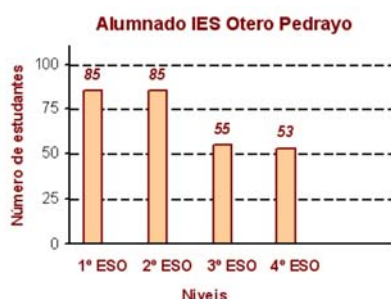
Normalmente, nas **táboas de frecuencias** aparecen os valores que toma a variable acompañados das súas **frecuencias absolutas**, das **frecuencias relativas** (ou as porcentaxes) e mesmo as correspondentes **frecuencias acumuladas**.

Por exemplo, na seguinte táboa faise un resume do alumnado do IES Otero Pedrayo no presente curso:

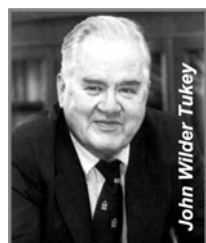
Nivel	Número de alumnos (Frecuencia absoluta)	Frecuencia relativa
1º ESO	85	0,3058
2º ESO	85	0,3058
3º ESO	55	0,1978
4º ESO	53	0,1906
Totais	278	1

As táboas tamén se utilizan para facilitar o calculo de **parámetros**, que son valores numéricos que resumen a información que mostra a táboa. Existen **parámetros de centralización** (media aritmética, moda...), de **posición** (mediana, cuartís, percentís...), de **dispersión** (rango ou percorrido, varianza, desviación típica...), etc.

A información que contén a táboa anterior, permítenos construír certos tipos de **gráficos estatísticos**; por exemplo, un **gráfico de barras** ou un de **sectores**:



En estatística existen moitos outros tipos de gráficos (de **liñas**, **histogramas**, **pictogramas**, **cartogramas**...) a decisión de que tipo de gráfico se debe utilizar depende do tipo de variable coa que se estea a traballar, da cantidade de información que se queira dar e mesmo dos gustos estéticos da persoa que realice un informe.



John Wilder Tukey (16 de xuño de 1915, New Bedford, Massachusetts – 26 de xullo de 2000, Princeton, New Jersey) foi un dos grandes talentos da estatística do século XX, introduciu técnicas e algoritmos innovadores para traballar neste campo matemático. No seu libro *Exploratory Data Analysis* (1977) presentou unha filosofía basicamente gráfica sobre a exploración de datos estatísticos e fixo mención a dous tipos de diagramas estatísticos un tanto especiais: os diagramas de **talo e follas (Stem-and-Leaf Diagram)** e os de **caixas e bigotes (box and whiskers plots)**, dos que imos falar a continuación.

Idade dos asistentes á estrea dunha película	
Mulleres	Homes
18, 24, 28, 25, 30, 24, 21, 29, 30, 16, 19, 16, 21, 26, 30, 21, 16, 19, 17, 21.	26, 24, 21, 30, 32, 28, 26, 18, 19, 20, 18, 23, 32, 28, 19, 24, 32, 19, 21, 32, 21, 18, 23, 28, 26.

Supoñamos que queremos facer un estudo das idades das persoas que asisten á estrea dunha película e que con esa intención recolleemos os datos que se xuntan. O primeiro que debemos facer e ordenar os

datos, e de seguido podemos optar por presentalos da seguinte maneira, que se denomina diagrama de **talo e follas**:

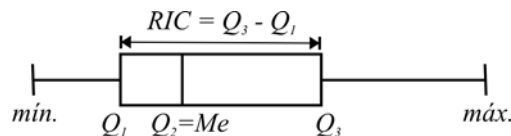
Mulleres (n=20)		(n=25) Homes
9 9 8 7 6 6 6	1	8 8 8 9 9 9
9 8 6 5 4 4 1 1 1 1	2	0 1 1 1 3 3 4 4 6 6 8 8 8
0 0 0	3	0 2 2 2 2

Observa que os datos recollidos son cantidades de dúas cifras. A columna central do diagrama confeccionouse utilizando as *cifras das decenas* (esa columna é o **talo** do diagrama) e a dereita e esquerda do **talo** distribuíronse de maneira ordenada as *cifras das unidades* que constitúen as **follas** do diagrama.

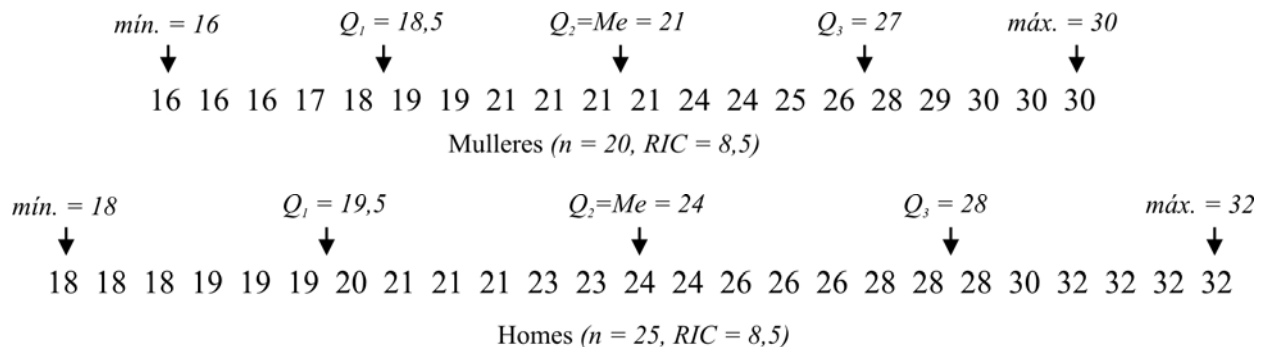
Para facer un gráfico de **caixas e bigotes** debemos recordar algúns conceptos relacionados cos **parámetros de posición**: A **mediana**, Me , é un parámetro de posición que localiza un valor que deixa á súa esquerda a metade dos valores, previamente ordenados, que tome a *variable estatística* e á súa dereita a outra metade. Os **cuartís** son tres valores (Q_1 , Q_2 , e Q_3) que dividen os valores ordenados da *variable estatística* en catro partes iguais. Así, pois, a **mediana** ou **segundo cuartil** sitúa o 50% dos valores por debaixo del e o outro 50% por enriba. O **primeiro cuartil** separa o 25% dos valores por debaixo del e o 75% por enriba. O **terceiro cuartil** separa o 75% dos valores inferiores e o 25% dos valores superiores.

O **rango intercuartílico**, RIC , é a diferenza entre o terceiro e o primeiro cuartil: $RIC = Q_3 - Q_1$.

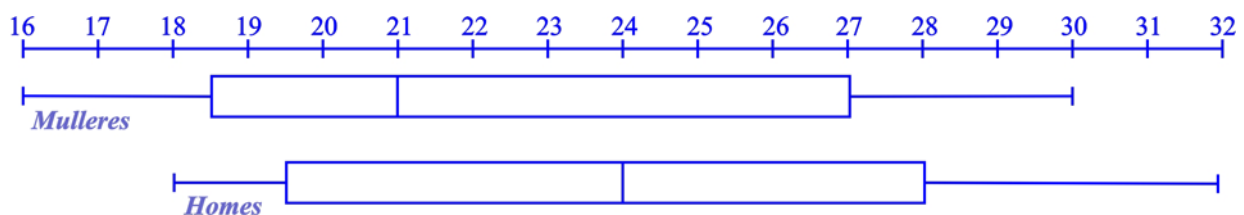
Para construír un gráfico de **caixas e bigotes** utilízanse os seguintes datos: Os valores **mínimo** e **máximo** que tome a *variable* e os **tres cuartís**. A caixa débuxase dende o primeiro ao terceiro cuartil marcando nela a mediana. Un gráfico deste tipo, terá este aspecto:



Fagamos a construción dos diagramas de caixas e bigotes correspondentes ás persoas que asistiron á estrea citada máis arriba. Primeiro calculemos os **parámetros de posición**:



E agora debuxemos os gráficos de **caixas e bigotes**:



Fontes:

http://esta-aplicada.blogspot.com/2008/03/diagrama-de-tallo-y-hoja_17.html
<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0122-04/bigotes.html>
http://www.cesma.usb.ve/~npena/estadistica_1/BOXPLOT-ayudaenlinea4.htm
<http://www.rieoei.org/experiencias93.htm>
<http://www.estadisticaparatodos.es/taller/graficas/graficas.html>



David Castanedo Gantes
Cuarto ESO B.

ESPIRAL DE TEODORO, ESPIRAIS DE VARIOS CENTROS

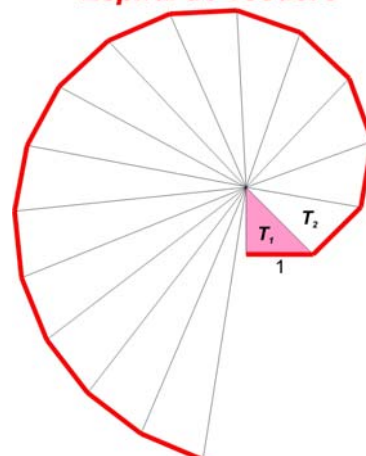
Unha **espiral** é unha curva plana que xira arredor dun punto do que se afasta cada vez máis. Cada **espiral** constrúese utilizando unha regra determinada.

Teodoro de Cirene (465 a. C. – 398 a. C.) naceu e morreu en Cirene (na actualidade *Shahhat, Libia*) pero viviu noutros lugares, por exemplo en Atenas. Foi alumno de *Protágoras* e *Aristipo* e mestre de *Platón* e *Teeteto*. Como a maioría dos xenios do mundo clásico, non se dedicou a unha única disciplina senón que destacou en filosofía, astronomía, aritmética, música, etc.

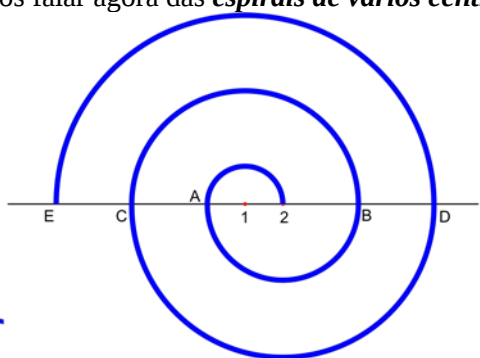
Demostrou a **irracionalidade** das raíces cadradas dalgúns números naturais entre 3 e 17; así e todo, sospéitase que non chegou a atopar un método xeral para a solución deste problema; e dicir, non acadou a demostración de que $\sqrt{n}$ é sempre **irracional** cando n non é un **cadrado perfecto**.

Para construír unha **Espiral de Teodoro** pátrese dun **triángulo rectángulo isósceles**, T_1 , no que a medida dos catetos se toma como unidade. Sobre este triángulo construímos outro **triángulo rectángulo**, T_2 , que ten un **cateto** coincidente coa **hipotenusa** de T_1 e o outro **cateto** de medida unha unidade. E así sucesivamente, como se mostra na figura. Iremos falar agora das **espirais de varios centros**, que son as que xiran arredor de dous ou máis puntos.

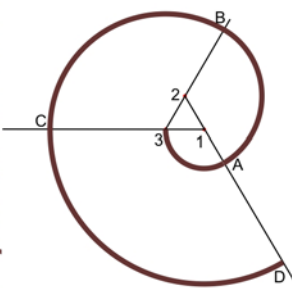
Espiral de Teodoro



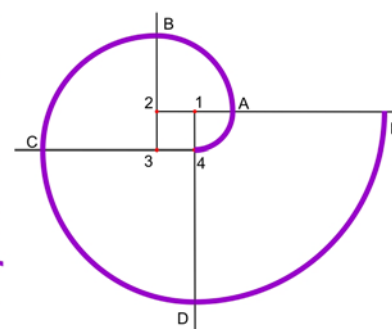
Espiral de dous centros



Espiral de tres centros



Espiral de catro centros



Para trazar unha **espiral de dous centros**, sinalamos dous puntos, **1** e **2**, sobre unha liña recta. Despois, collemos cun compás a medida do segmento que ten por extremos os puntos **1** e **2**; facendo centro en **1**, debuxamos o arco **2A**.



A seguir, tomamos a medida do segmento que ten extremos **A** e **2**, facemos centro en **2** e trazamos o arco **AB**.

Tomamos a medida do segmento de extremos **1** e **B**, facemos centro en **1** para trazar o arco **BC**. Repetimos este proceso para debuxar os arcos **CD** e **DE**, e así sucesivamente tantas veces como sexa preciso.

Seguindo procedementos similares ao que acabamos de describir, debuxáronse a **espiral de**

tres centros e a **espiral de catro centros** que se mostran na figura, partindo dos tres puntos **1**, **2** e **3** que son os vértices dun **triángulo equilátero** ou dos catro puntos **1**, **2**, **3** e **4** que son os vértices dun **cadrado**, respectivamente.

- Redacta o proceso de construción dunha **espiral de tres centros** e dunha **espiral de catro centros**.
- Constrúe unha espiral de cinco centros e redacta o proceso de construción.
- Calcula a medida das hipotenusas dos sucesivos triángulos rectángulos que se utilizaron para construír a **Espiral de Teodoro**.

Fontes

http://documentation.ofset.org/drgeo/es/drgeenius_91.html
http://www.salesianos-triana.com/recursos/didactico/eso/EPV_Unidad_4_La_linea.pdf
<http://www.educacionplastica.net/curtec.htm>
http://es.wikipedia.org/wiki/Teodoro_de_Cirene



Mario Pujades Suárez-P.
Cuarto ESO-A.