



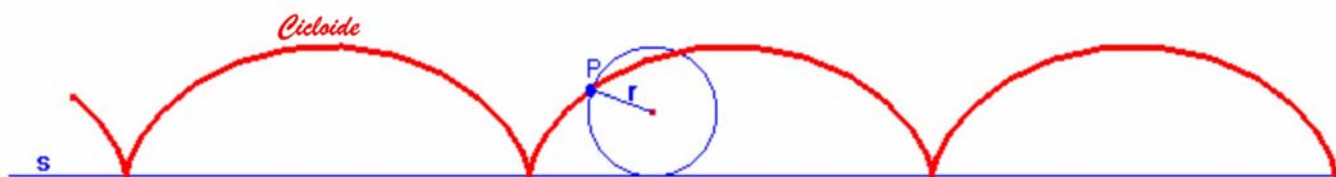
Cicloide

Hubo dos servicios, de tres platos cada uno. El primer servicio consistió en un pernil de carnero, cortado en triángulo equilátero, un trozo de vaca en forma de romboide, y una tarta en **forma de cicloide**. [...]

Los Viajes de Gulliver.
Jonathan Swift.

Parece ser que foi Nicolás de Cusa (1401-1464) o primeiro que se puxo a estudar a **cicloide**, alá polo 1450. Dende entón unha verdadeira pléiade de matemáticos e homes de ciencia, víronse atraídos e mesmo fascinados por esta curva e lanzáronse desafíos para descubrir as súas propiedades e aplicacións prácticas; citemos aos máis salientables: Marin Mersenne, Galileo Galilei, Guilles Personne de Roberval,

René Descartes, Pierre de Fermat, Evangelista Torricelli, Blaise Pascal, Christopher Wren, Christiaan Huygens, Gérard Desargues, Johann Bernoulli, Gottfried Leibniz, Isaac Newton, Jacob Bernoulli, Guillaume de L'Hôpital...

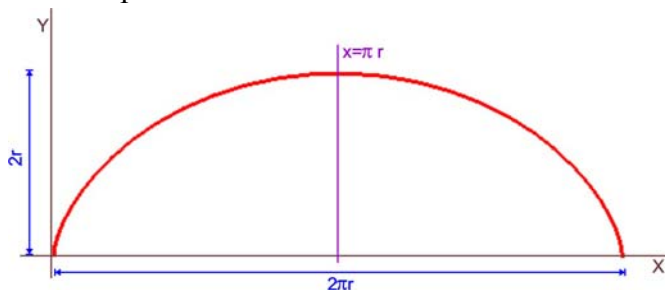


O nome de *cicloide* débese a Galileo Galilei e o primeiro que a definiu foi Mersenne. Unha **cicloide** é a curva que xera un punto, **P**, situado sobre unha circunferencia de raio **r** cando esa circunferencia roda, sen esvarar, sobre a recta **s**.

Estamos, polo tanto, diante dunha *función periódica* definida en toda a recta real, que ten por *percorrido* o intervalo $[0, 2\pi r]$. Vemos, pois, que o percorrido depende da lonxitude do raio da circunferencia.

O valor do *período* depende tamén do raio e, como se pode observar, é $2\pi r$ (a lonxitude da circunferencia). A curva ten signo constantemente positivo e prodúcese cortes co eixe de abscisas nos puntos inicial e final de cada período.

Se nos referimos ao arco definido no intervalo pechado $[0, 2\pi r]$, observamos que a curva é *crecente* no intervalo $(0, \pi r)$, *decrece* no intervalo $(\pi r, 2\pi r)$, ten un *máximo* no punto $(\pi r, 2r)$, *mínimos* en $(0, 0)$ e $(2\pi r, 0)$ e ademais a recta $x = \pi r$ é un eixe vertical de simetría.



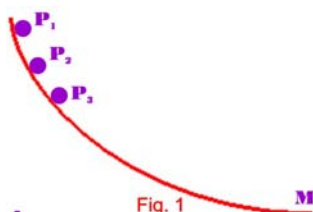
Galileo intentou pescudar o valor da medida da superficie encerrada entre un arco completo da curva (o que corresponde a un período) e o eixe OX; como non foi quen de atopar o resultado matematicamente, tratou de aproximalo pesando placas metálicas recortadas en forma de cicloide.

O problema quedou resolto en 1634 por Guilles Personne de Roberval quen demostrou que a área baixo o arco da cicloide era **tres veces a área do círculo** correspondente á circunferencia que a xera.

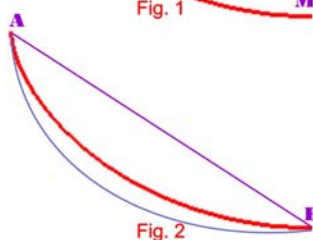
En 1658 *Christopher Wren* consegue probar que a **lonxitude dun arco completo** de cicloide é igual a **oito veces o raio da circunferencia que a xera**.

Neste mesmo ano de 1658, *Blaise Pascal* dá un paso máis nas investigacións determinando a lonxitude dun arco calquera de cicloide, a medida da superficie e o centro de gravidade de calquera segmento de cicloide así como as medidas da superficie e do volume do corpo de revolución que se xera ao facer xirar a cicloide arredor do eixe OX.

Dúas propiedades físicas moi importantes teñen que ver cun arco invertido de cicloide: a **tautocronía** e a **braquistocronía**.



No ano 1673, *Christiaan Huygens* puxo de manifesto o feito de que se un corpo se despraza seguindo a traxectoria dun arco invertido de cicloide, en caída libre, chegará ao punto mínimo nun tempo que non depende do punto onde comezou a caer; por este feito a cicloide é unha **curva tautócrona** (en grego, *tauto* = o mesmo; *chrone* = tempo). Fig. 1: Un corpo que se solte desde calquera das posicións P_1 , P_2 ou P_3 , tarda o mesmo tempo en chegar a M.



En xuño de 1696, Johann Bernoulli presentou diante da comunidade matemática internacional o reto de atopar a curva **braquistócrona** (en grego, *brakhisto*=máis curto; *chrone* = tempo); ou sexa, pretendíase buscar a curva de descenso máis rápido. O problema pódese formular así: *¿cal é a forma da traxectoria que nos permite pasar dun punto máis alto, A, a outro máis baixo, B, no menor tempo posible?* (na practica obteríamos a forma que nos permitirá construír o tobogán máis rápido). Fig. 2.

Conseguiron dar solución ao problema, ademais de Johann Bernoulli, os seguintes matemáticos: Leibniz, Newton, Jacob Bernoulli e L'Hôpital. A resposta resultou ser: **A Cicloide**.

Úsanse cicloides en aplicacións industrias como os dentes dos engraxes ou para cuestións de tipo máis lúdico como é a construción de *bowls* dos parques de *skate* (plataformas de patinaxe).

Proposta para traballar: debuxa os corpos de revolución que se obteñen ao facer xirar un arco completo de cicloide arredor do eixe OX, do eixe OY e do seu eixe vertical de simetría.

Fontes:

Curvas en la Historia. José Manuel Álvarez Pérez. Ed. Nivola.

Los Bernouilli. Carlos Sánchez e Concepción Valdés. Ed. Nivola.

<http://es.wikipedia.org/wiki/Cicloide>



APROXIMACIÓN AO SISTEMA DE NUMERACIÓN MAIA



Os maias foron un pobo sedentario situado xeograficamente no sur de México, Guatemala e outras zonas de América Central. Dedicáronse fundamentalmente á agricultura e ao comercio e realizaron grandes obras arquitectónicas das que aínda se conservan algunhas entre as que cómpre destacar as pirámides, construídas con intencionalidade relixiosa, e os grandes palacios, onde residían os seus gobernantes.

O seu sistema de escritura pode considerarse xeroglífico pois era unha combinación de símbolos fonéticos e ideogramas, circunstancia esta que inflúe na maneira de escribir as súas

cifras.

Os sacerdotes maias eran tamén expertos astrónomos; determinaron con extraordinaria precisión a duración do ano solar en 365,242 días e a duración media dunha lunación en 29,53020 días.

Por esta razón o seu sistema de numeración estaba, fundamentalmente, pensado para contar o paso do tempo e non para a realización do cálculo numérico; por iso os números maias teñen que ver cos días, meses e anos e coa maneira de organizar o calendario.

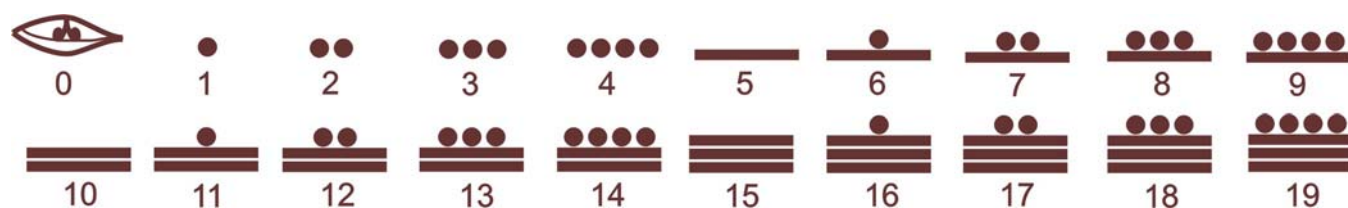
A súa unidade básica de medida do tempo era o día, *kin*. Para maior comodidade, a nivel práctico, tomaban o mes, *unial*, como unha agrupación de 20 días e o ano, *tun*, quedaba constituído por 18 meses ($18 \times 20 = 360$, polo que debían facer axustes ao final de cada ano). Tiñan tamén en consideración os ciclos de 20 anos, *katun*, de $20^2 = 400$ anos, *baktun*, e de $20^3 = 8000$ anos, *pictun*.

Estas matizacións que acabamos de facer servirannos para entender o funcionamento do seu sistema de numeración.

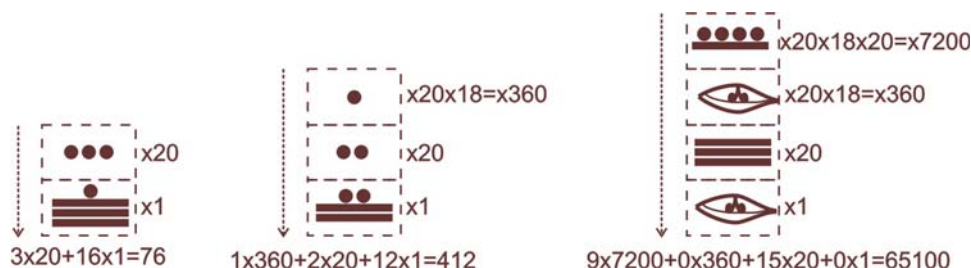
O sistema de numeración dos maias é un sistema posicional (as cantidades escríbense de arriba para abaixo comezando pola orde de maior magnitude), posúe un cero e é de base 20.

Sen embargo en vez de usaren as diferentes potencias de base 20 (20^0 , 20^1 , 20^2 , 20^3 , 20^4 ...) introducen unha irregularidade na terceira orde ou nivel, que afecta a todos os niveis superiores, cambiando a potencia 20×20 por $20 \times 18 (=360)$. Así, pois para determinar o valor das cantidades deberase multiplicar, respectivamente por: 1, 20, 20×18 , $20 \times 18 \times 20$, $20 \times 18 \times 20 \times 20$...

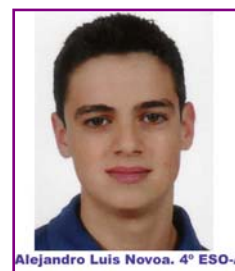
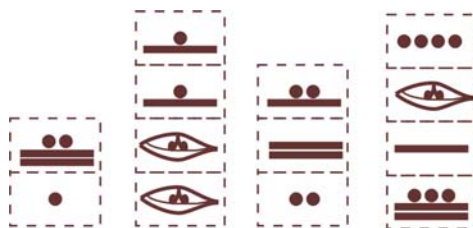
Como o sistema é de base 20, necesitamos un cero e 19 “cifras” máis para o nivel primeiro (o das unidades). Estas vinte “cifras” escríbense utilizando unicamente tres símbolos básicos que representan ao 0, ao 1 e ao 5:



Para as cantidades iguais ou superiores a 20 é preciso utilizar unha segunda orde ou nivel, para as iguais ou maiores que 360 un terceiro nivel, para as iguais ou maiores que 7 200 un cuarto nivel, etc. Velaquí algúns exemplos:



E agora resolve estas dúas cuestións: ¿Como se escriben 56, 98, 3500, 10 356 utilizando o sistema de numeración maia? ¿Que cantidades se expresan a seguir?



Fontes:

Las Cifras. Georges Ifran, Alianza editorial.

http://es.wikipedia.org/wiki/Numeraci%C3%B3n_maya

Moi grande, moi pequeno.

O primeiro intento de representar números moi grandes pode ser atribuído ao matemático e filósofo grego **Arquímedes**. Ideou un sistema de representación numérica para estimar cal sería o número de grans de area necesarios para encher o universo. Chegou á conclusión de que eran precisos 10^{63} grans (nótese a coincidencia do expoñente co número de casañas dun taboleiro de xadrez, cando comezamos a numerar as cadríños dende o cero: 0, 1, 2, ..., 63).

Xa que acabamos de mencionar o taboleiro de xadrez, propoñémosche a seguinte actividade: Colle un taboleiro de xadrez e coloca 1 céntimo na primeira casaña, 2 céntimos na segunda, 4 céntimos na terceira, 8 na cuarta... e así sucesivamente, sempre duplicando os cartos que depositaches na casaña anterior. ¿Cres que terás suficientes cartos para realizar este exercicio? ¿Cantos euros necesitas?

Nome	Potencia	Representación decimal
Mil trillóns	10^{21}	1 000 000 000 000 000 000 000
Trillón	10^{18}	1 000 000 000 000 000 000
Mil billóns	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Tera / Billón*	10^{12}	1 000 000 000 000
Xiga / Mil millóns*	10^9	1 000 000 000
Mega / Millón	10^6	1 000 000
Quilo / Mil	10^3	1 000
Hecto / Cen	10^2	100
Dez	10^1	10
Un	1	1
Deci / Décima	10^{-1}	0,1
Centi / Centésima	10^{-2}	0,01
Mili / Milésima	10^{-3}	0,001
Micro / Millonésima	10^{-6}	0,000 001
Nano / Milmillonésima	10^{-9}	0,000 000 001
Pico	10^{-12}	0,000 000 000 001
Milbillonésima	10^{-15}	0,000 000 000 000 001
Trillonésima	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001
Miltrillonésima	10^{-21}	0,000 000 000 000 000 000 001

*En Estados Unidos chámase billón a 10^9 . En España 10^9 é un millardo.

O matemático **Edward Kasner** quería denominar á cantidade que representa un 1 seguido de 100 zeros (10^{100} , número bastante máis grande que 10^{63}) como non daba cunha palabra que lle gustase, pediulle a un sobriño seu de 9 anos que buscara un nome. O neno propuxo que se chamase **googol** (de aquí tomou o seu nome o buscador *Google*). O rapaz non se contentou con facer soamente esa achega e, deste xeito, suxeriu que se nomease **googolplex** á cantidade formada por un 1 seguido dun **googol** de zeros.

En moitas situacións interveñen cantidades moi grandes e moi pequenas; por exemplo, para indicar as distancias ás que se

atopan as estrelas ou para expresar a masa dun protón; nestes casos utilizamos a **notación científica**.

Para expresar unha cantidade en **notación científica** utilízase un número decimal no que a parte enteira contén unha soa cifra, que non sexa cero, multiplicado por unha potencia de base 10 con expoñente enteiro. Cando representamos cantidades grandes o expoñente é positivo, e será negativo para o caso de cantidades pequenas. Exemplos:

$$673\,210\,000\,000\,000\,000 = 6,7321 \cdot 10^{17} \quad 0,000\,000\,000\,017 = 1,7 \cdot 10^{-11}$$

Expressa as seguintes cantidades utilizando notación científica:



- a) 12 000 000 b) 131 230 000 000 000
 b) 325 d) 0,034
 e) 0,000 000 000 000 000 000 172

Fontes:

http://es.wikipedia.org/wiki/Notaci%C3%B3n_cient%C3%ADfica

http://www.asifunciona.com/ciencia/ke_notacion_cientifica/ke_notacion_cientifica_1.htm

Matemáticas 4º de Eso. Serie Nas túas mans. Anaya.

NOTACIÓN CIENTÍFICA

$+ 2,345 \times 10^{-7}$

EXPOÑENTE

SIGNO DO EXPOÑENTE

MANTISA

SIGNO DA MANTISA

O expoñente ten que ser un número enteiro

A mantisa é un número decimal cunha sóa cifra como parte enteira.